Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLIV Egzamin dla Aktuariuszy z 3 grudnia 2007 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Rachunki oszczędnościowe A i B założono w chwili 0 wpłacając na nie odpowiednio kwoty początkowe A_0 i B_0 w taki sposób, że łączna wpłata początkowa wyniosła 1. Następnie na rachunek A dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością $C_t = \frac{1}{1+t} A_t$, gdzie A_t oznacza wartość rachunku w chwili t>0. Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t^A = \frac{t}{1+t}$. Na rachunek B nie są już dokonywane żadne dodatkowe wpłaty, natomiast środki na tym rachunku są oprocentowane w sposób ciągły ze zmienną intensywnością $\delta_t^B = \frac{1}{\bar{s}_{\overline{3-t}|}}$ dla $0 < t \leq 3$. We wzorze tym $\frac{1}{\bar{s}_{\overline{3-t}|}}$ obliczamy przy założeniu innej stałej ciągłej intensywności δ0, odpowiadającej stopie i = 10% (służy ona wyłącznie do wyznaczenia $\bar{s}_{\overline{3-t}|}$). Suma zakumulowanych wartości rachunków po 2 latach wynosi 5. Wyznacz A_0 i B_0. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość).

A) 0.61 i 0.39
B) 0.55 i 0.45
C) 0.32 i 0.68
D) 0.44 i 0.56
E) 0.49 i 0.51

2. Natężenie oprocentowania zadane jest wzorem:

$$\delta_t = \frac{1}{t+1} + \frac{3}{1+2\cdot\exp(2t)}.$$

Oblicz efektywną stopę zwrotu w 5 roku trwania inwestycji, to jest w okresie od $t_1 = 4.0$ do $t_2 = 5.0$.

A) 14%

B) 16%

C) 18%

D) 20%

E) 22%

3. Inwestor kupuje w momencie emisji 10 letnią obligację o wartości nominalnej 100 000 z 5% kuponami rocznymi i wartością wykupu równą nominalnej. Inwestor natychmiast sprzedaje jednak tę obligację i za uzyskaną kwotę kupuje w momencie emisji 7 letnią obligację z rocznymi kuponami, której wartość wykupu równa się wartości nominalnej. Pierwszy kupon tej obligacji stanowi 3% wartości nominalnej, a każdy następny wzrasta o 2 punkty procentowe.

Znajdź wartość nominalną obligacji 7 letniej jeżeli oprocentowanie wynosi 6% (wskaż najbliższą wartość).

A) 81 135
B) 81 145
C) 81 155
D) 81 165
E) 81 175

4. Dokonano 20 letniej inwestycji w kwocie, która powinna pozwolić na wypłatę 100 na koniec każdego roku przy zakładanej stopie procentowej 5%. W pierwszym roku faktyczna stopa zwrotu była zgodna z zakładaną i wypłacona została kwota 100.

Począwszy od drugiego roku stopa zwrotu z inwestycji wzrosła do poziomu 6% i utrzymała się na tej wysokości aż do końca 20 letniego okresu. Pozwoliło to na zwiększenie corocznej wypłaty do poziomu X począwszy od końca drugiego roku. Znajdź wartość X (wskaż najbliższą wartość).

A) 108.3
B) 108.5
C) 108.7
D) 108.9
E) 108.1

5. Mamy nieskończony ciąg płatności dokonywanych na końcu każdego roku, przy czym płatność na koniec roku n wynosi $a \cdot n + 5$. Jaką wartość powinien mieć parametr a, aby duration tego ciągu płatności, przy stopie procentowej $i = 4\%$, była równa 50.

A) 3.4
B) 4.0
C) 4.6
D) 5.2
E) 5.8

6. Rozważmy europejską opcję sprzedaży na rynku Blacka-Scholesa. Termin wygaśnięcia tej opcji upływa za 3 miesiące. Bieżąca cena akcji wynosi 60, cena wykonania opcji 80, zmienność cen akcji $\sigma = 3$, a roczna, ciągła, stopa wolna od ryzyka r = 4%. Bieżąca cena tej opcji wynosi:

A) 35

B) 29

C) 52

D) 48

E) 50

Uwaga. Przybliżone wartości dystrybuanty rozkładu N(0,1) podaje tablica:

t	**0**	**0.05**	**0.1**	**0.15**	**0.2**	**0.25**	**0.3**	**0.35**
N(t)	0.5000	0.5199	0.5398	0.5596	0.5793	0.5987	0.6179	0.6368
t	**0.4**	**0.45**	**0.5**	**0.55**	**0.6**	**0.65**	**0.7**	**0.75**
N(t)	0.6554	0.6736	0.6915	0.7088	0.7257	0.7422	0.7580	0.7734
t	**0.8**	**0.85**	**0.9**	**0.95**	**1**	**1.05**	**1.1**	**1.15**
N(t)	0.7881	0.8023	0.8159	0.8289	0.8413	0.8531	0.8643	0.8749
t	**1.2**	**1.25**	**1.3**	**1.35**	**1.4**	**1.45**	**1.5**	**1.55**
N(t)	0.8849	0.8944	0.9032	0.9115	0.9192	0.9265	0.9332	0.9394
t	**1.6**	**1.65**	**1.7**	**1.75**	**1.8**	**1.85**	**1.9**	**1.95**
N(t)	0.9452	0.9505	0.9554	0.9599	0.9641	0.9678	0.9713	0.9744
t	**2**	**2.05**	**2.1**	**2.15**	**2.2**	**2.25**	**2.3**	**2.35**
N(t)	0.9772	0.9798	0.9821	0.9842	0.9861	0.9878	0.9893	0.9906
t	**2.4**	**2.45**	**2.5**	**2.55**	**2.6**	**2.65**	**2.7**	**2.75**
N(t)	0.9918	0.9929	0.9938	0.9946	0.9953	0.9960	0.9965	0.9970
t	**2.8**	**2.85**	**2.9**	**2.95**	**3**	**3.05**	**3.1**	**3.15**
N(t)	0.9974	0.9978	0.9981	0.9984	0.9987	0.9989	0.9990	0.9992

7. Inwestor rozważa inwestycję w akcje dwóch spółek oraz obligacje. Na podstawie dotychczasowych obserwacji kursów akcji obu spółek, wiadomo, że roczne stopy zwrotu z tych akcji, S_1 i S_2, cechują następujące parametry:

$$ES_1 = 8\%,\ \sigma S_1 = 3\%,\ ES_2 = 10\%,\ \sigma S_2 = 4\%,\ \rho(S_1, S_2) = 0.25,$$

natomiast obligacje są instrumentem wolnym ryzyka, dla którego oczekiwana stopa zwrotu $ES_3 = S_3 = 4\%$.

Inwestor konstruuje portfel w taki sposób aby ryzyko portfela, mierzone odchyleniem standardowym stopy zwrotu, było jak najmniejsze, a kwota zainwestowana w obligacje stanowiła połowę kwoty zainwestowanej w akcje. Jaka jest oczekiwana stopa zwrotu z tego portfela?

A) 6.7%
B) 8.0%
C) 7.1%
D) 7.7%
E) 7.4%

8. Rozpatrzmy amerykańską opcję kupna na akcję nie płacącą dywidendy, dla której termin wygaśnięcia upływa za 4 miesiące. Obecna cena akcji wynosi 20 a cena wykonania opcji 24. Wiadomo, że w ciągu każdego miesiąca kurs akcji rośnie bądź spada o 20%. Zakładamy ponadto, że rynek nie dopuszcza arbitrażu. Stopa wolna od ryzyka w ujęciu miesięcznym wynosi 1%. Przy podanych założeniach cena tej opcji wynosi, w przybliżeniu:

A) 1.9
B) 1.7
C) 2.2
D) 3.4
E) 6.8

9. Wiadomo, że na 31.12.2006 krzywa stóp spot opisana jest przez następującą funkcję:

$$Y(0,T) = \frac{1}{100}\left(0.01 \cdot T^4 - 0.05 \cdot T^3 + 0.1 \cdot T^2 - 0.05 \cdot T + 3.86\right),\ 0 \le T \le 4,$$

gdzie $Y(0,T)$ oznacza T -letnią stopę spot w chwili 0, czyli 31.12.2006. Niech $f(0,T)$ oznacza krzywą forward odpowiadającą krzywej $Y(0,T)$. Ile wynoszą stopy forward $f(0,0.9), f(0,2.1), f(0,3.2)$? Podać najbliższą odpowiedź:

A) $f(0,0.9) = 3.900\%, f(0,2.1) = 4.093\%, f(0,3.2) = 5.301\%$

B) $f(0,0.9) = 3.956\%, f(0,2.1) = 4.137\%, f(0,3.2) = 4.454\%$

C) $f(0,0.9) = 3.910\%, f(0,2.1) = 4.060\%, f(0,3.2) = 4.910\%$

D) $f(0,0.9) = 5.301\%, f(0,2.1) = 4.093\%, f(0,3.2) = 3.900\%$

E) $f(0,0.9) = 4.370\%, f(0,2.1) = 4.120\%, f(0,3.2) = 3.970\%$

10. Pożyczka ma być spłacona w ciągu 30 lat rocznymi ratami w wysokości 10 000, płatnymi z dołu, przy efektywnej stopie oprocentowania równej 8%. Po 10 płatnościach pożyczkobiorca chciałby wpłacić jednorazowo kwotę X, w takiej wysokości, aby pozostały dług mógł spłacić w ciągu 10 lat ratami płatnymi co pół roku w wysokości 5000, przy nominalnej półrocznej stopie oprocentowania 4%.

Znajdź wartość X (wskaż najbliższą wartość).

A) 30 210

B) 30 230

C) 30 250

D) 30 270

E) 30 290

Egzamin dla Aktuariuszy z 3 grudnia 2007 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko: ....

Pesel: ....

OZNACZENIE WERSJI TESTU ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	**E**	
2	**D**	
3	**C**	
4	**A**	
5	**C**	
6	**D**	
7	**C**	
8	**C**	
9	**A**	
10	**B**	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.