Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLI Egzamin dla Aktuariuszy z 8 stycznia 2007 r.

Część I

Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Ile wynosi wartość bieżąca nieskończonego ciągu rent nieskończonych, gdzie renta startująca na początku roku k (k= 1, 2,...) wypłaca miesięcznie z dołu wartość raty 20 letniego kredytu w wysokości k spłacanego w równych miesięcznych ratach. Wszystkich wyliczeń dokonujemy przy założeniu miesięcznej efektywnej stopy i = 1%. Podaj najbliższą wartość.

A) 84,2
B) 85,1
C) 86,0
D) 86,9
E) 87,8

2. Przyjmujemy założenie, że cena akcji spółki X za rok ma rozkład równomierny na przedziale <30 ; 90>. Ceny rocznych opcji typu europejskiego wynoszą:

a) opcji kupna z ceną wykonania 70 - 3 PLN

b) opcji sprzedaży z ceną wykonania 70 - 12 PLN

Inwestor buduje portfel zawierający wyłącznie długie pozycje na powyższych opcjach. Przy jakim udziale opcji kupna portfel ma najmniejszą wariancję rocznej stopy zwrotu. Podaj najbliższą wartość.

A) 18%
B) 23%
C) 28%
D) 33%
E) 38%

3. Renta nieskończona wypłaca kwotę $\frac{1}{k(k+1)}$ na koniec lat k = 1, 2, …. Rozważmy N takich jednakowych rent. Ile powinno wynosić co najmniej N, aby suma wartości obecnych tych rent była wyższa od wartości obecnej renty nieskończonej wypłacającej kwotę $\frac{1}{k}$ na koniec lat k = 1, 2, … ? Do obliczeń przyjmij czynnik dyskontujący v = 0.9. Odpowiedź :

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

4. Roczna opcja typu europejskiego oferuje możliwość zakupu po cenie 50 PLN jednej akcji spółki A lub spółki B (wybranej przez inwestora w momencie realizacji opcji). Inwestor przyjmuje następujące założenia:

- rozkład ceny akcji spółki A za rok jest równomierny < 40 ; 70 >
- rozkład ceny akcji spółki B za rok jest równomierny < X / 2 ; 1,5 * X >, gdzie X cena akcji spółki A.

Jaką maksymalną kwotę byłby skłonny zapłacić inwestor za opcję jeżeli oczekuje rocznej stopy zwrotu i = 15% z tej inwestycji ? Podaj najbliższą wartość.

A) 9,05
B) 9,75
C) 10,45
D) 11,15
E) 11,85

5. Bank chce ubezpieczyć udzielony kredyt 30-letni. Kredyt ma następujące parametry:

a) spłacany jest w równych ratach na koniec kolejnych lat,

b) efektywna stopa oprocentowania $i_1 = 8\%$ w skali roku,

c) kwota kredytu 400.000 PLN,

d) na koniec 15 roku (po zapłaceniu 15-tej raty) kredytobiorca ma możliwość zaciągnięcia dodatkowego kredytu w wysokości równej wielkości aktualnego zadłużenia z tytułu kredytu dotychczasowego. Przyjmujemy założenie, że kredytobiorca zawsze skorzysta z tej opcji, o ile będzie wówczas wypłacalny (nie dojdzie wcześniej do jego bankructwa). Dodatkowy kredyt spłacany jest w 15 równych ratach płatnych na koniec kolejnych lat przy tej samej stopie $i_1 = 8\%$.

Prawdopodobieństwo bankructwa kredytobiorcy w każdym z lat 1,2,...,30 wynosi 0.5% o ile nie doszło do niego wcześniej (bankructwo jest nieodwracalne i może wystąpić tylko raz). W przypadku bankructwa kredytobiorcy, ubezpieczyciel przejmuje na siebie spłacanie kredytu i musi spłacić wszystkie pozostałe do zapłaty raty w terminach ich płatności (również wynikające z zaciągniętego kredytu dodatkowego, o ile miał miejsce). Ile wynosi składka jednorazowa netto, jeżeli zakład ubezpieczeń stosuje do takiego ubezpieczenia roczną stopę techniczną $i_2 = 5\%$? Podaj najbliższą wartość

A) 34 760

B) 35 330

C) 35 910

D) 36 540

E) 37 090

6. Sytuację na giełdzie opisuje łańcuch Markowa z dwoma stanami: H (hossa - stan 1) i B (bessa - stan 2). Prawdopodobieństwa przejścia tego procesu zawiera macierz:

$$\begin{bmatrix} h & 1-h \\ 1-b & b \end{bmatrix}$$

W chwili $t = 0$ kupujemy za kwotę 100 PLN dwuletnią obligację X, wypłacającą w chwili $t = 2$ jednorazowo kwotę 215, jeżeli na giełdzie w drugim okresie ($t = 2$) była hossa, zaś 100 jeżeli była bessa. Jaki powinien być początkowy rozkład prawdopodobieństwa łańcucha, aby oczekiwana wartość bieżąca inwestycji (NPV) wyniosła 0 dla $h = 0.4$, $b = 0.9$? Stała intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0.1$. Odpowiedź:

A) [0,135; 0,865]

B) [0,275; 0,725]

C) [0,415; 0,585]

D) [0.555; 0,445]

E) [0,695; 0,305].

7. W chwili t = 0 rozpoczynamy oprocentowanie kwoty 1 zł w sposób ciągły ze zmienną intensywnością $\delta(t) = \frac{1}{\bar{s}_{\overline{2-t|}}}$ dla $0 < t \le 2$. We wzorze tym $\frac{1}{\bar{s}_{\overline{2-t|}}}$ obliczamy przy założeniu innej stałej ciągłej intensywności δ_0, odpowiadającej stopie i = 10% (służy ona tylko do wyznaczenia $\bar{s}_{\overline{2-t|}}$). Oblicz kwotę zakumulowaną w chwili t = 1. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) 1.52

B) 1.67

C) 1.73

D) 1.91

E) 2.11

8. Rozkład ceny akcji spółki X za ½ roku jest równomierny <40 ; 80>. Rozkład ceny akcji za rok jest równomierny < 0,7 * Y; 1,5 * Y > gdzie Y cena akcji za pół roku. Jaką maksymalną cenę byłby skłonny zapłacić inwestor, oczekujący efektywnej rocznej stopy zwrotu z inwestycji i=21%, za półroczną europejską opcję kupna na długą pozycję na półrocznym kontrakcie terminowym opiewającym na 1 akcję spółki X z ceną rozliczenia kontraktu 60 ? Podaj najbliższą wartość.

Uwaga. Opcja uprawnia jej posiadacza do zajęcia za ½ roku *długiej pozycji na półrocznym kontrakcie terminowym. Ewentualne straty z tytułu posiadania kontraktu terminowego dyskontujemy również stopą i.*

A) 5,57
B) 6,48
C) 7,36
D) 8,29
E) 9,11

9. Oblicz dla t = 0 iloczyn parametrów greckich *delta* i *vega* europejskiej opcji call w modelu Blacka-Scholesa z bieżącą ceną akcji S (akcja nie wypłaca dywidendy), stopą wolną od ryzyka r, zmiennością cen akcji σ, czasem zapadalności opcji T i ceną wykonania K. N(.) jest dystrybuantą a n(.) gęstością standardowego rozkładu normalnego.

A) $S\sqrt{T}n(d_1)N(d_1)$

B) $S\sqrt{T}n(d_2)N(d_1)$

C) $N(d_1)$

D) $N(d_1)N(d_2)$

E) $S\sqrt{T}n(d_1)N(d_2)$

Wskazówka. **Parametry greckie** mierzą wrażliwość ceny opcji na zmianę parametrów kształtujących cenę opcji. *Delta* dotyczy ceny instrumentu podstawowego ($delta = \frac{\partial C}{\partial S}$), zaś *vega* oznacza wrażliwość ceny na parametr zmienności instrumentu podstawowego ($vega = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$), gdzie C oznacza cenę opcji call.

Ponadto

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2),$$

$$d_{1/2} = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r \pm \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}.$$

10. Dwie konkurencyjne firmy przygotowują się do przejęcia przedsiębiorstwa P. Momenty przystąpienia tych firm do transakcji są niezależnymi zmiennymi losowymi X, Y o rozkładach wykładniczych z parametrami α, μ (czyli ze średnimi $1/\alpha$, $1/\mu$). Przystąpienie jednej firmy do transakcji utożsamiamy z przejęciem i wyklucza to drugą firmę z tego procesu. Firma, która przejmie przedsiębiorstwo w chwili T zaczyna realizować zyski w formie ciągłej renty wieczystej o rocznym natężeniu płatności t^2 w chwili t licząc od momentu przejęcia. Wyznacz wartość oczekiwaną wartości bieżącej zysków przedsiębiorstwa otrzymanych przez firmę, która je przejęła. Intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0.1$, zaś $\alpha = 0.2$, $\mu = 0.5$. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) 1710
B) 1720
C) 1730
D) 1740
E) 1750

Egzamin dla Aktuariuszy z 8 stycznia 2007 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko: ....

Pesel: ....

OZNACZENIE WERSJI TESTU ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	D	
3	C	
4	D	
5	E	
6	E	
7	D	
8	C	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.