

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 10 października 2005 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Niech $dur()$ oznacza duration ciągu przepływów pieniężnych. Wyznacz:

$$\frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(dur \left((Ia)_{\bar{n}|} \right) \right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(dur \left((Da)_{\bar{n}|} \right) \right)} \quad \text{dla } i = 7\%$$

Podaj najbliższą wartość:

- A) 1.9
- B) 2.2
- C) 2.8
- D) 3.4
- E) $+\infty$ (skończona granica nie istnieje)

2. Bank udziela pożyczki n-letniej w wysokości L z oprocentowaniem $i > 0$, spłacanej w n równych rocznych ratach na koniec każdego roku ($n > 0$, $L > 0$).

Wiadomo, że:

- a) odsetki spłacone w pierwszych k ratach wynoszą X ($k > 0$)
- b) odsetki spłacone w ostatnich k ratach wynoszą Y ($k > 0$)

Spośród następujących stwierdzeń:

- (i) $X = Y$ wtedy i tylko wtedy gdy $i = 0$ lub gdy $n = k$
- (ii) Jeżeli $0 < v < 1$ jest czynnikiem dyskontującym dla stopy i , to łączna kwota kapitału zapłaconego w czasie spłacania pożyczki wynosi

$$L = \frac{Y}{ik - 1 + v^k} \cdot (1 - v^n)$$

- (iii) Intensywność oprocentowania δ odpowiadająca stopie i wynosi

$$\delta = \frac{1}{k - n} \ln \left(\frac{kP - X}{kP - Y} \right),$$

gdzie P jest stałą ratą pożyczki, a $k < n$

prawdziwe są:

- A) tylko (i)
- B) (i) i (ii)
- C) tylko (iii)
- D) (i) i (iii)
- E) wszystkie

3. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 z początkową wpłatą w wysokości 1. Dalsze wpłaty na rachunek dokonywane są w sposób ciągły z roczną intensywnością $C(t) = (1+t)\ln(1+t)$ w chwili $t > 0$. Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t = \frac{1}{1+t}$.

Ile wynosi zakumulowana wartość środków w chwili $s = 4.5$?
Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 30.5
- B) 32.5
- C) 34.5
- D) 36.5
- E) 38.5

4. Spośród następujących stwierdzeń:

a. $s_{\bar{n}|} = \sum_{t=0}^n a(t)$ jest prawdziwe w prostym modelu oprocentowania

($a(t)$ jest zakumulowaną wartością kwoty 1 na chwilę t)

b. Jeżeli c_i są płatnościami w chwilach $t_i = 1, \dots, n$, to dla $\bar{t} = \frac{\sum_{k=1}^n c_k t_k}{\sum_{k=1}^n c_k}$, prawdziwe jest

stwierdzenie: $\frac{\sum_{k=1}^n c_k v^{t_k}}{\sum_{k=1}^n c_k} > v^{\bar{t}}$

(czynnik dyskontujący $0 < v < 1$).

c. Dla każdego ciągu przepływów pieniężnych $a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_n, k < n$, wewnętrzna stopa zwrotu IRR istnieje i jest jednoznacznie określona w przypadku gdy przepływy a_i są tylko ujemne dla $i < k+1$ a tylko dodatnie dla $i > k$.

- A) tylko a i b
- B) tylko a i c
- C) a, b, c (wszystkie)
- D) tylko b i c
- E) tylko b

-
5. Inwestor bierze kredyt w wysokości 100.000 zł spłacany w 50 równych rocznych ratach płatnych z dołu przy stopie $i_1 = 10\%$. Bezpośrednio po zapłacie 10 raty renegotjuje warunki kredytu. Pozostała do spłaty część kredytu będzie teraz spłacona przez kolejne 30 lat (razem 40 lat) w równych ratach ze zmienioną stopą $i_2 = 12\%$. Ile wynosi różnica pomiędzy sumą odsetek zapłaconych na koniec 12,14,16,...,40 roku przy nowych warunkach a sumą odsetek jaka byłaby zapłacona w pierwotnej formule spłaty kredytu w tym samym czasie ? (podaj najbliższą wartość)
- A) – 530
 - B) –280
 - C) –30
 - D) 220
 - E) 470

6. Wypłata z rocznej obligacji uzależniona jest od ilości bankructw w tym okresie w ustalonym zbiorze 100 spółek. I tak na koniec roku wynosi ona:

130 PLN o ile wystąpiły nie więcej niż 2 bankructwa

100 PLN o ile wystąpiły 3 lub 4 bankructwa

90 PLN o ile wystąpiło 5 lub 6 bankructw

50 PLN o ile wystąpiło więcej niż 6 bankructw

Rynek wycenia obligację na poziomie dającym oczekiwaną stopę zwrotu $i = 10\%$.

Prawdopodobieństwo bankructwa każdej ze spółek w ciągu roku wynosi 2% i są one wzajemnie niezależne. Wypłata z obligacji jest pewna. Inwestor kupuje obligację po bieżącej cenie rynkowej. Po godzinie od zakupu na rynek dociera informacja o bankructwie jednej ze spółek. O ile procent spadnie cena rynkowa obligacji w reakcji na tę informację? Do obliczeń można użyć przybliżenia rozkładem Poissona. Podaj najbliższą wartość.

A) 6,85%

B) 7,15%

C) 7,45%

D) 7,75%

E) 8,05%

7. Bieżące ceny rocznych europejskich opcji na akcje spółki X są następujące:

cena wykonania	50	60	70
cena call	15	9	5
cena put	13	20	28

Inwestor chce nabyć instrument wypłacający za rok kwotę:

0	o ile cena akcji < 50
$120 - 2 * \text{cena akcji za rok}$,	o ile cena akcji będzie w przedziale $[50,60)$
$4 * \text{cena akcji za rok} - 240$,	o ile cena akcji będzie w przedziale $[60,70)$
$6 * \text{cena akcji za rok} - 380$,	o ile cena akcji ≥ 70

Ile wynosi cena takiego instrumentu przy założeniu braku kosztów transakcyjnych oraz braku możliwości arbitrażu ? (podaj najbliższą wartość)

- A) 48
- B) 52
- C) 56
- D) 60
- E) 64

8. Rozkład ceny spółki A za pół roku jest równomierny na przedziale $(10 ; 30)$. Rozkład ceny tej spółki za rok jest równomierny na przedziale $(0.6 * X ; 1.6 * X)$, gdzie X oznacza cenę akcji za pół roku.

Ile wynosi bieżąca wartość półrocznej europejskiej opcji call po 4 PLN na europejską półroczną opcję call po 20 PLN na 1 akcję spółki A ? Inwestor wymaga z inwestycji w taką „opcję na opcję” efektywnej rocznej stopy zwrotu $i = 21\%$.

- A) 1.00
- B) 1.15
- C) 1.35
- D) 1.55
- E) 1.65

Uwaga: Europejska „opcja na opcję” uprawnia do zakupu w terminie jej zapadalności (tutaj po 1/2 roku) za 4 PLN europejskiej opcji (tutaj również półrocznej) na akcję spółki A z ceną wykonania 20 PLN

9. Dany jest nieskończony ciąg rent nieskończonych, gdzie renta startująca na początku roku k wypłaca z dołu na koniec kolejnych lat kwoty $1, 1+k, 1+2*k, 1+3*k, \dots$ ($k = 1, 3, 5, 7, \dots$). Ile wynosi bieżąca wartość tego ciągu rent przy założeniu $i = 5\%$ dla pierwszych 10 lat oraz $i = 10\%$ dla całego późniejszego okresu (podaj najbliższą wartość) ?

- A) 9 183
- B) 9 304
- C) 9 411
- D) 9 597
- E) 9 728

10. Zakład ubezpieczeń inwestuje kwotę w wysokości 500 000 na trzy sposoby:

- (i) Inwestycja I – udziela 5-letniej pożyczki oprocentowanej na 7%, spłacanej w równych rocznych ratach (na koniec roku),
- (ii) Inwestycja II – kupuje pakiet akcji
- (iii) Inwestycja III – kupuje jednostki uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym

Wiadomo ponadto, że:

- wariancja stopy zwrotu z akcji wynosi 256%
- wariancja stopy zwrotu z funduszu inwestycyjnego wynosi 100%,
- współczynnik korelacji stopy zwrotu z akcji i funduszu inwestycyjnego wynosi 0.5
- proporcje inwestowania w akcje i fundusz inwestycyjny są ustalone tak, aby ryzyko portfela było jak najmniejsze
- udzielona pożyczka jest uważana za inwestycję bez ryzyka
- kwota zainwestowana w akcje wynosi tyle co 10% środków zainwestowanych w pożyczkę

Ile wynosi część odsetkowa trzeciej raty pożyczki? Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 10 000
- B) 15 000
- C) 20 000
- D) 25 000
- E) 30 000

Egzamin dla Aktuariuszy z 10 października 2005 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	A	
2	E	
3	B	
4	D	
5	A	
6	D	
7	D	
8	D	
9	E	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.