Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXIII Egzamin dla Aktuariuszy - 11 października 2004 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

....

WERSJA TESTU

Czas egzaminu: 100 minut

1. Pan Jan zamierza rozpocząć oszczędzanie poprzez przekazywanie do funduszu inwestycyjnego części swojego wynagrodzenia. Jego celem jest zgromadzenie na koniec 30 roku oszczędzania środków w wysokości wystarczającej do wypłaty 15 letniej renty pewnej płatnej z dołu w wysokości 1500 zł miesięcznie. Stopa zwrotu w funduszu wynosi 0,3% miesięcznie w okresie oszczędzania a 0,15% miesięcznie w okresie pobierania renty. Najbliższe wynagrodzenie Pana Jana wyniesie 2000 zł i będzie rosło o 0,2% miesięcznie. Pan Jan zamierza przekazywać do funduszu na początku każdego miesiąca k% swojego wynagrodzenia przez pierwsze 15 lat oraz (k + 5)% wynagrodzenia przez pozostałe 15 lat oszczędzania. Ile wynosi k (podaj najbliższą wartość)?

Odpowiedź:

A. 8,5

B. 9,75

C. 11

D. 12,25

E. 13,5

2. Kredytobiorca otrzymuje od banku kredyt w 10 transzach, płatnych na początku roku w odstępach 2 letnich, w wysokości kolejno 100,150,200,....,550. Każda transza kredytu spłacana jest począwszy od momentu jej otrzymania w postaci renty 30 letniej o równych płatnościach na koniec kolejnych lat. Ile wynosi całkowite zadłużenie kredytobiorcy po 25 latach od otrzymania pierwszej raty kredytu (po zapłaceniu rat wymagalnych w tym terminie) jeżeli roczna stopa procentowa i=10% (podaj najbliższą wartość)?

A) 2560
B) 2640
C) 2720
D) 2800
E) 2880

3. Inwestor przyjmuje następujące założenia co do kształtowania się kursu akcji spółki X w kolejnych trzech okresach:

- obecna cena akcji wynosi 50,
- w każdym z trzech okresów cena akcji może zmienić się o + 20% (z prawdopodobieństwem 60%) lub -10% w odniesieniu do jej wartości z początku okresu, a prawdopodobieństwa zmian są jednakowe w każdym okresie,
- oczekiwana przez inwestora efektywna stopa zwrotu z inwestycji w europejską opcję „call po cenie średniej" wynosi i = 10% w skali jednego okresu.

Europejska opcja "call po cenie średniej" wypłaca na koniec trzeciego okresu różnicę pomiędzy ceną końcową a ceną średnią w całym okresie ważności opcji liczoną z uwzględnieniem ceny początkowej oraz końcowej, o ile ta różnica jest dodatnia. Jaką maksymalną cenę inwestor byłby skłonny zapłacić za powyższą opcję (podaj najbliższą wartość)?

A) 5,70

B) 6,30

C) 6,90

D) 7,50

E) 8,10

4. Bank oferuje swoim klientom lokatę w PLN wypłacającą po roku również w PLN kwotę: depozyt * (1 + MAX(0; k* MIN(50% ; zmiana_procentowa_indeksu_DJIA_w_ciągu_roku))).
Do konstrukcji tej lokaty bank może wykorzystać wyłącznie poniższe instrumenty rynku finansowego:

a) depozyt w PLN na 12% w stosunku rocznym,

b) roczne europejskie opcje call na indeks DJIA:

cena wykonania opcji	cena opcji
10000	1200 PLN
15000	200 PLN

Wypłata z tych opcji jest standardowa i wynosi w PLN równowartość MAX(0; wartość DJIA za rok - cena wykonania opcji). 1 punkt indeksu odpowiada 1 PLN.

Na wszystkich opcjach dopuszczalne jest zajmowanie przez Bank zarówno pozycji długich jak i krótkich (brak depozytów zabezpieczających).
Obecna wartość indeksu DJIA wynosi 10000 punktów.
Jakie najwyższe k może Bank zaoferować klientowi chcącemu zdeponować 1 mln. PLN, aby mieć pewność osiągnięcia zysku na tej lokacie (podaj najbliższą wartość) ?

A) 0,98
B) 1,01
C) 1,04
D) 1,07
E) 1,10

5. Inwestor posiada portfel lokat, którego 50% stanowią 5 letnie i 50% 10 letnie obligacje zerokuponowe. Wszystkie obligacje mają bieżącą stopę rentowności do wykupu na poziomie 5%. Jaka jest wartość oczekiwana stopy zwrotu z tego portfela w okresie roku przy założeniu, że stopa rentowności dla wszystkich obligacji po upływie roku ma rozkład równomierny na przedziale (2%,7%) (podaj najbliższą wartość)?

A) 7,2%

B) 7,7%

C) 8,3%

D) 8,9%

E) 9,4%

6. Renta wieczysta, o wartości bieżącej X, na koniec roku k (k=1,2,...) płaci kwoty $a(i)*k+f(i)$, gdzie:

$$a(i)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{(1+i)^n},\ \text{i>0}$$

f jest pewną nieznaną funkcją, zaś i to roczna efektywna stopa procentowa (dla ustalonego i a oraz f są stałymi). Rozważmy następujące postaci funkcji f :

(1) $f(i)=i\left(X-\frac{(1+i)^2}{i^2}\right)$,

(2) $f(i)=i\,X$,

(3) $f(i)=\left(\frac{d}{1-d}\right)\left(X+\frac{(1-d)^2}{d^4}\right)$,

(4) $f(i)=i\left(X+\frac{(1+i)^2}{i^4}\right)$,

(5) $f(i)=\left(e^{\delta}-1\right)\left(X-\frac{e^{2\delta}}{\left(e^{\delta}-1\right)^4}\right)$,

(6) $f(i)=\left(e^{\delta}-1\right)\left(X+\frac{e^{2\delta}}{\left(e^{\delta}-1\right)^4}\right)$

Spośród powyższych prawdziwe są wzory:

A) Tylko (1)

B) Tylko (5)

C) (3), (4) i (6)

D) Tylko (2)

E) Żaden z powyższych.

7. Zakład ubezpieczeń inwestuje przychody ze składek w dwa rodzaje aktywów: akcje i obligacje. Zakład zamierza kupić pakiet akcji (6000 sztuk) i pakiet obligacji (1000 sztuk). Cena akcji S zależy w sposób ciągły od czasu, zgodnie ze wzorem:

$$S(t) = 200 - 100\,t^{-\ln(0{,}2*t)}, \quad t > 0$$

Obligacje w chwili nabycia są dwuletnie, o wartości nominalnej 100zł i kuponie półrocznym równym 3% wartości nominalnej. Zakładamy, że roczna stopa zwrotu z obligacji wynosi 7% (kapitalizacja półroczna) a obligacja jest wykupywana po wartości nominalnej. Dokonujemy obu inwestycji w chwili gdy cena akcji jest najmniejsza. Obligacje kupujemy po cenie rynkowej. Jaka będzie wartość inwestycji zakładu (podaj najbliższą wartość)?

A) 139 900
B) 148 800
C) 151 600
D) 154 600
E) 158 800

8. Dana jest renta 20-letnia płatna z dołu na koniec kolejnych lat o płatnościach:

$$r_k = \begin{cases} \binom{k+3}{k+1} k^2, & dla \quad k = 2t-1, \quad t = 1,\ldots,10 \\ 200, \quad dla \quad k = 2t, & t = 1,\ldots,10. \end{cases}$$

Wiadomo, że stopa r wynosi tyle ile efektywna roczna stopa odpowiadająca nominalnej stopie $i^{(12)} = 9.57\%$ (kapitalizacja miesięczna). W chwili t^* dokonujemy jednorazowej płatności X w wysokości sumy czterech ostatnich płatności z tytułu renty. Ile powinno wynosić t^*, aby wartość obecna renty wyliczona przy stopie 10% była równa wartości obecnej pojedynczej płatności X obliczonej przy stopie r? Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) 8,3

B) 9,3

C) 10,3

D) 11,3

E) 12,3

9. Początkowy stan aktywów funduszu inwestycyjnego wynosi 100. W ciągu najbliższych 10 lat wpływy do funduszu będą następować na koniec nieparzystych lat i będą miały wysokość:

$$C_t = 4t, \quad t = 1,3,\ldots,9.$$

Jedynymi wypłatami z funduszu są koszty jego obsługi, ponoszone na koniec każdego roku. Koszty te dzielą się na:

a) koszty stałe, równe 3,
b) koszty zmienne, w wysokości 2% stanu aktywów funduszu z końca poprzedniego roku.

Łączne wypłaty z funduszu z tytułu kosztów rocznie nie mogą być wyższe niż 7. Obliczyć stan funduszu na koniec 10 roku. Roczna efektywna stopa zwrotu wynosi 10%.

A) 300.4
B) 304.4
C) 307.4
D) 310.4
E) 314.4

10. Kredytobiorca ma do wyboru dwa 3-letnie kredyty inwestycyjne:

a) kredyt złotówkowy w kwocie 105 000zł, o zmiennym oprocentowaniu, przy którym roczna stopa oprocentowania jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na przedziale [0.1; 0.15],

b) kredyt w dolarach w wysokości 30 000 USD, o stałym oprocentowaniu 5% rocznie; o kursie dolara amerykańskiego wiemy, że jest zmienną losową o rozkładzie ze średnią 3.5 + 0,1 * t i wariancją 0.4 + 0,2 * t (t – okres od zaciągnięcia kredytu w latach).

Kredyty są spłacane w taki sposób, że raty kapitałowe są równe (całość raty jest zmienna, bo zmienne są odsetki) i płatne na koniec roku. Kurs dolara w chwili wzięcia kredytu wynosi 3.5 PLN/USD. Raty kredytu dolarowego są kalkulowane po kursie z dnia spłaty raty. Odsetki od kredytów są naliczane następująco: na koniec roku k oblicza się odsetki od całości kredytu pomnożonego przez wskaźnik $\frac{4-k}{3}$.

Niech:

A = wartość oczekiwana kwoty łącznych odsetek zapłaconych przy kredycie złotowym,

B = wartość oczekiwana kwoty łącznych odsetek zapłaconych przy kredycie dewizowym, przeliczonych na złotówki po wartości kursu dolara w dniach płatności.

(odsetki = wartość nominalna wszystkich rat – wartość nominalna kredytu)

Stosunek $\frac{B}{A}$ wynosi (podaj najbliższą wartość):

A) 0.25

B) 0.35

C) 0.45

D) 0.55

E) 0.65

Egzamin dla Aktuariuszy z 11 października 2004 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko: ....

Pesel: ....

OZNACZENIE WERSJI TESTU ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	B	
3	A	
4	D	
5	D	
6	B	
7	C	
8	D	
9	C	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.