1. Wyznacz margines wypłacalności zgodnie z obowiązującym Rozporządzeniem Ministra Finansów z dnia 17 października 1995 roku dla portfela ubezpieczeń na wypadek śmierci. Portfel ubezpieczeń jest reasekurowany na zasadach proporcjonalnych (umowa typu *quota share*) przy udziale własnym 30 % ryzyka śmierci i 30 % rezerwy matematycznej. Podaj najbliższą wartość .

Portfel ubezpieczeń na wypadek śmierci

Liczba umów	Okres ubezpieczenia	Suma ubezpieczenia wynikająca z umowy	Rezerwa matematyczna brutto
100	1	20,000	1,000
500	4	10,000	1,500
800	6	15,000	3,000
200	10	10,000	3,000

Wartości sum ubezpieczenia i rezerw matematyczych na polisę

(A) 60 000 (B) 110 000 (C) 150 000

(D) 160 000 (E) 210 000

2. Jaka jest oczekiwana liczba osób z populacji miliona 35-latków, które umrą po ukończeniu 36 lat i 4 miesięcy życia i przed ukończeniem 37 lat i 8 miesięcy? Przyjmujemy założenie Balducciego dotyczące umieralności w okresach ułamkowych. Dane są również:

$$q_{35} = 3 \cdot 10^{-3} \qquad q_{36} = 6 \cdot 10^{-3} \qquad q_{37} = 9 \cdot 10^{-3}$$

Przyjmij, że 1 miesiąc to 1/12 roku. Podaj najbliższą wartość.

(A) 9934 (B) 9944 (C) 9954 (D) 9966

(E) 9976

3. Umowa ubezpieczenia renty zakłada wypłatę natychmiast płatnej dożywotniej renty płatnej rocznie z góry oraz świadczenia pośmiertnego płatnego na końcu roku śmierci równego rencie rocznej. Oznaczmy przez *Z* zmienną losową określającą obecną wartość świadczeń płatnych z tytułu umowy ubezpieczenia. Wiadomo, że:

(i) roczna wysokość renty równa wysokości świadczenia pośmiertnego wynosi 100 ,

(ii) jednorazowa składka netto za ubezpieczenie wynosi 860 ,

(iii) $A_x = 0.60$,

(iv) ${}^2A_x = 0.40$.

Wyznacz wariancję zmiennej *Z*.

(A)	144400	(B)	160000	(C)	182000
(D)	200000	(E)	232000		

4. W dożywotnim ubezpieczeniu na wypadek śmierci, w którym składka jest płatna na początku roku a świadczenie wypłacane na końcu roku śmierci, dane są:

(i) roczna składka brutto G jest równa 300
(ii) suma wykupu na początku roku k - przed opłaceniem składki - jest równa ${}_{k}CV=1500$
(iii) sumy wykupu dla $t=k,k+1,k+2,...$ spełniają zależność ${}_{t+1}CV={}_{t}CV+G$
(iv) polisa zawiera opcję automatycznego kredytowania składek, przy stopie $i=10\%$.

Wyznacz okres pełnych lat, licząc od początku roku k, przez które z tytułu umowy będzie gwarantowana suma ubezpieczenia na wypadek śmierci w pełnej wysokości, w przypadku jeśli w roku k ubezpieczony zapłacił składkę po raz ostatni.

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

(E) 12

5. Ubezpieczenie 30-latka na 20 lat przewiduje świadczenie w wysokości 10 000 w wypadku śmierci, płatne na koniec roku w którym nastąpiła śmierć, lub wypłatę 10 000 w razie dożycia do wieku 50-lat. Znajdź kwartalną składkę netto płatną z góry przez cały okres ubezpieczenia. Przyjmij założenie o jednostajnym rozkładzie zgonów w ciągu roku oraz przypliżone zależności $\alpha(m) = 1$, $\beta(m) = (m-1)/(2m)$.

Dane są:

$$\ddot{a}^{(12)}_{30:\overline{20|}} = 12 \qquad {}_{20}p_{30} = 0.9 \qquad d = 0.05 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 77.16 (B) 78.16 (C) 79.73 (D) 80.73

(E) za mało danych

6. W portfelu zakładu ubezpieczeń było na początku roku 1000 ubezpieczeń na całe życie ze składką płatną rocznie, wystawionych przed pięciu laty dla osób w wieku 50 lat.

Ubezpieczenia zostały skalkulowane przy stopie technicznej ***i*****,** odpowiadającej stopie dyskonta ***d*** równej 5%. Suma ubezpieczenia wynosi 10 000 i jest jednakowa we wszystkich polisach. Składka w umowie ubezpieczenia jest płatna na początku roku, a świadczenie na końcu roku śmierci. Zakład ubezpieczeń gwarantuje, że 90% zysku technicznego z ubezpieczenia będzie przeznaczone na dodatkowe świadczenia dla ubezpieczonych.

W ciągu roku w portfelu ubezpieczeń wystąpiło 5 śmierci i liczba ubezpieczeń zmalała do 995. Stopa dochodu z lokat funduszu wyniosła ***i`*** = 10%. Wyznacz kwotę przeznaczoną na dodatkowe świadczenia (podaj najbliższą wartość).

W modelu nie występują koszty. Do obliczeń wykorzystaj poniższy wyciąg z tablic liczb komutacyjnych:

x	Dx	Nx	Cx	Mx
50	133 130	1 600 000	1 260	53 600
55	100 000	1 000 000	950	50 000

(A) 100 000 (B) 110 000 (C) 120 000

(D) 130 000 (E) 140 000

7. Osoba w wieku 50 lat zamierza wziąć z banku kredyt w wysokości 100 000. Kredyt został udzielony przy stopie procentowej 5% i ma być spłacony przez okres 20 lat równymi spłatami dokonywanymi na końcu każdego roku. Kredytobiorcy zaoferowano możliwość zawarcia umowy ubezpieczenia zapewniającej przejęcie spłat kredytu w przypadku jego śmierci. Wyznacz roczną składkę brutto (podaj najbliższą wartość), jeżeli wiadomo, że:

(i) stopa techniczna przyjęta do kalkulacji składki brutto wynosi 5% ,
(ii) składka ma być płacona przez pięć lat na początku każdego roku,
(iii) koszty zawarcia umowy ubezpieczenia wynoszą 50 ,
(iv) prowizja wynosi 10% każdej składki,
(v) roczne koszty obsługi ubezpieczenia wynoszą 10 i są ponoszone na początku roku.

Do obliczeń wykorzystaj wyciąg z tablic liczb komutacyjnych.

x	Dx	Nx
50	8 000	118 100
55	6 100	82 000
69	2 500	22 800
70	2 300	20 300

(A) 1 886 (B) 1 897 (C) 1 908 (D) 1 919

(E) 1 930

8. Bezterminowe ubezpieczenie na życie dwojga osób w wieku x oraz y lat daje wypłatę w wysokości 5 000 po śmierci pierwszej osoby oraz wypłatę 2 000 po śmierci drugiej osoby. Świadczenia pośmiertne płatne są na koniec roku śmierci. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli dane są:

$$\ddot{a}_x = 18.5 \qquad \ddot{a}_y = 8.5 \qquad A_{xy} = 2 \cdot A_{\overline{xy}} \qquad v = 0.95\ .$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 2 600 (B) 2625 (C) 2650 (D) 2800

(E) 2825

9. Model z trzema ryzykami współzawodniczącymi (*ang. triple decrement model)* zawiera trzy ubytki (*ang. decrement)*: śmierć (*ang. death)*, rezygację*(ang. lapse)* i inwalidztwo oznaczane kolejno indeksami (s), (r) i (i).

Mając dane:

(i) w modelu z trzema ryzykami współzawodniczącymi prawdopodobieństwo każdego z ubytków ma rozkład jednostajny dla każdego wieku,

(ii) $l_x^{(\tau)} = 10\ 000$,

(iii) $l_{x+1}^{(\tau)} = 9\ 010$,

(iv) $\mathrm{m}_x^{(s)} = 0.05$ *(ang. central death rate),*

(v) $\mathrm{m}_x^{(r)} = 0.02$ *(ang. central lapse rate),*

wyznacz prawdopodobieństwo ubytku w wyniku inwalidztwa osoby w wieku x.

(A) 0.0290 (B) 0.0305 (C) 0.0322

(D) 0.0325 (E) 0.0360

10. Plan emerytalny dopuszcza przejście na emeryturę między 60 a 70 rokiem życia. Plan wypłaca w formie renty ciągłej emeryturę, której roczna wysokość wynosi 20% finalnego wynagrodzenia rocznego. Wyznacz wartość przyszłych świadczeń 50-letniego uczestnika planu, którego roczne wynagrodzenie wynosi obecnie 10 000 i będzie rosło w sposób ciągły o 5% rocznie. Dane są:

$$\mu_{50+t}^{(\tau)} = \frac{1}{20-t} \quad \text{dla} \quad 0 < t < 20$$

$$\mu_{50+t}^{(r)} = \begin{cases} 1/(40-2t) & 10 < t < 20 \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases}$$

$$\bar{a}_{50+t} = 12 - \frac{t}{5}$$

$i = 5\%$

(A) 4 500 (B) 7 500 (C) 12 500 D) 15 500

(E) 17 500

Egzamin dla Aktuariuszy z 5 kwietnia 1997 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi.......................................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	B	
3	A	
4	B	
5	C	
6	C	
7	D	
8	A	
9	D	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.