Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLI Egzamin dla Aktuariuszy z 8 stycznia 2007 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 9 października 2006 r.

1. W pewnej populacji kohorta x-latków zmniejsza po roku swą liczebność o 10%. O tej samej kohorcie wiadomo również, że średnia liczba lat, którą przeżyli ci, którzy dożyli wieku x oraz nie dożyli wieku (x+1) lat wynosi $a(x) = 0{,}38$. Dla omawianej kohorty oblicz wartość współczynnika umieralności $m(x)$ (*central death rate*). Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,1048 (B) 0,1054 (C) 0,1060 (D) 0,1066
(E) 0,1072

2. Dane są składki:

$$ {}_{20}P_{40} = \frac{A_{40}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}} = 0{,}0212 \qquad P_{40:\overline{20|}} = 0{,}0335 \qquad A_{60} = 0{,}4933 $$

Wyznacz $1000 \cdot P^{1}_{40:\overline{20|}}$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 9,23 (B) 9,25 (C) 9,27 (D) 9,29
(E) 9,31

3. Rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia dla osoby (x) z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia z $\mu = 0{,}02$. W ubezpieczeniu tym przez pierwsze 20 lat płacona jest składka ze stałą intensywnością π. Ubezpieczenie zapewnia następujące świadczenie:

- w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku (x+20) : jednorazowe świadczenie w wysokości wpłaconych składek wraz z oprocentowaniem o intensywności $\delta_j = 0{,}04$
- od osiągniętego wieku (x+20) : rentę dożywotnią z roczną intensywnością 10 000 zł.

Wyznacz wysokość składki π przy oprocentowaniu technicznym $\delta_i = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3885 (B) 3935 (C) 3985 (D) 4035
(E) 4085

4. Dla osoby x=60 z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem 100 lat rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia na życie z jednorazową składką i malejącą sumą ubezpieczenia $b(t) = 40 - t$ dla $0 < t \leq 40$.

Wyznacz $\frac{\partial}{\partial t} V(20)$, jeśli $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższa wartość.

(A) -0,264 (B) -0,270 (C) -0,276 (D) -0,282

(E) -0,288

5. Rozważamy ciągły typ ubezpieczenia na życie (x) ze zmienną sumą ubezpieczenia $c(t)$.
Składka netto ma stałą roczną intensywność $\pi(t) = 0{,}06$ i w równych częściach dzieli się na składkę $\pi^{(s)}(t)$ oraz $\pi^{(r)}(t)$.
Oblicz wysokość świadczenia $c(10)$, jeśli $\mu_{x+10} = 0{,}05$ oraz $\delta = 0{,}04$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,97 (B) 1,00 (C) 1,03 (D) 1,06
(E) 1,09

6. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 1000 oraz stałą składką roczną P_x, płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Wiadomo, że w drugim roku ubezpieczenia ta część składki, która pokrywa ryzyko śmierci, jest o 5% wyższa od analogicznej składki z pierwszego roku. Wyznacz składkę P_{x+2}, jeśli dane są:

$$q_x = 0{,}02 \qquad q_{x+1} = 0{,}022 \qquad v = 0{,}96$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 65,75 (B) 67,25 (C) 68,75 (D) 70,25
(E) 71,75

7. Rozpatrujemy dyskretny typ terminowego, 25-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 dla osoby (40). Roczna składka brutto płacona jest na początku pierwszych 15 lat ubezpieczenia, raz w roku, na początku roku, w stałej wysokości.

Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą $\alpha = 3{,}5\%$ sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Roczne koszty administracyjne wynoszą 10% sumy ubezpieczenia w pierwszym roku, a następnie 5% sumy ubezpieczenia w pozostałych latach ważności ubezpieczenia. Koszty administracyjne są ponoszone w czterech równych ratach kwartalnych, na początku kwartału.

Wyznacz rezerwę brutto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli rezerwa netto wyniosła 2250 zł., a ponadto:

$N_{40} = 204\,585$ $N_{42} = 165\,045$ $N_{50} = 67\,175$ $N_{55} = 36\,653$

$N_{65} = 9\,330$ $D_{40} = 20\,755$ $D_{50} = 7\,475$ $D_{65} = 1\,320$

$\alpha(4) = 1{,}0007$ $\beta(4) = 0{,}39$

Przyjmij, że śmiertelność ma jednostajny rozkład w ciągu każdego roku. Wskaż najbliższą wartość rezerwy brutto.

(A) 3248 (B) 3258 (C) 3268 (D) 3278
(E) 3288

8. Rozpatrujemy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (x), wypłacającego:

B, gdy śmierć spowodował nieszczęśliwy wypadek (*J*=1) w ciągu pierwszych *r* lat ubezpieczenia oraz 2*B*, jeśli śmierć z powodu wypadku nastąpiła później,

2*B,* jeśli śmierć nastąpiła z innych przyczyn niż wypadek (*J*=2).

W ubezpieczeniu tym płacona jest jednorazowa składka netto $\overline{A}$, wynikająca z zasady równoważności. Podaj wariancję straty ubezpieczyciela na moment wystawienia polisy $Var[L]$.

(A) $$B^2\left[\int_0^\infty v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(\tau)}dt+4\int_0^r v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(1)}dt\right]-3\overline{A}^2$$

(B) $$B^2\left[\int_0^\infty v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(\tau)}dt-\int_0^r v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(1)}dt\right]-\overline{A}^2$$

(C) $$B^2\left[\int_0^\infty v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(\tau)}dt-3\int_0^r v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(1)}dt\right]-\overline{A}^2$$

(D) $$B^2\left[4\int_0^\infty v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(\tau)}dt-\int_0^r v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(1)}dt\right]-\overline{A}^2$$

(E) $$B^2\left[4\int_0^\infty v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(\tau)}dt-3\int_0^r v^{2t}\cdot {}_tp_x^{(\tau)}\cdot\mu_{x+t}^{(1)}dt\right]-\overline{A}^2$$

9. Wyznacz $\ddot{a}^{(12)}_{x|y:\overline{10|}}$ (10-letni okres ważności polisy biegnie od momentu jej wystawienia), jeśli dane są:

$\ddot{a}_{x|y:\overline{10|}} = 1{,}50$ $\quad i = 5\%$ $\quad {}_{10}p_x = 0{,}425$ $\quad {}_{10}p_y = 0{,}85$.

Przyjmij, że $T(x)$ oraz $T(y)$ są niezależne oraz śmiertelność ma jednostajny rozkład w ciągu kolejnych lat życia. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1,58 (B) 1,60 (C) 1,62 (D) 1,64
(E) 1,66

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego. Plan wypłaca każdemu uczestnikowi, który utrzymał aktywny status do wieku 65 lat, tę samą emeryturę ze stałą intensywnością wypłaty. Wszyscy uczestnicy przystępują do planu w wieku 30 lat, a utrzymanie statusu aktywnego opisuje funkcja

$$ {}_t p_{30}^{(\tau)} = 1 - \frac{t}{70} \quad \text{dla } t \le 35 . $$

Plan wystartował 1 stycznia 1957 roku z grupą 100 osób w wieku 30 lat i od tej pory liczba wstępujących do planu rośnie ze stałą intensywnością 2% na rok. Wyznacz intensywność rocznego kosztu normalnego dla wszystkich uczestników planu w dniu 1 stycznia 2007 r., na 1 złotówkę ich rocznej emerytury. Dane są:

$$ \delta = 0{,}02 \qquad \bar{a}_{65} = 15 $$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 992 (B) 1002 (C) 1012 (D) 1022

(E) 1032

XLI Egzamin dla Aktuariuszy z 8 stycznia 2007 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ......Klucz odpowiedzi.........................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	A	
3	E	
4	A	
5	A	
6	C	
7	B	
8	E	
9	D	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.