1. Niech $g(t)$ oznacza gęstość wymierania, od momentu narodzin, pewnej populacji mężczyzn. Demografowie zauważyli, że po drobnej modyfikacji:

$$\tilde{g}(t) = \begin{cases} 0{,}9g(t) & 0 \le t < 50 \\ 1{,}2g(t) & 50 \le t. \end{cases}$$

opisuje ona śmiertelność kobiet z tej populacji.
Podaj z dokładnością do 0,01 różnicę $\tilde{s}(50) - s(50)$.

(A) 0,05 (B) 0,06 (C) 0,07 (D) 0,08
(E) 0,09

2. Wiadomo, że $A_{x+2} = (1+i)A_x$. Wówczas A_{x+1} wyraża się wzorem:

(A) $A_{x+1} = \dfrac{v\ {}_2q_x}{1 - v\ {}_2p_x}$,

(B) $A_{x+1} = \dfrac{v\ q_{x+1}}{1 - v\ {}_2p_x}$,

(C) $A_{x+1} = \dfrac{v\ q_{x+1}}{1 - v\ p_{x+1}}$,

(D) $A_{x+1} = \dfrac{v\ q_{x+1}}{1 - v\ p_{x+1}}$,

(E) $A_{x+1} = \dfrac{v\ {}_2q_x}{1 - v\ p_{x+1}}$.

3. Wartość aktuarialna renty życiowej n-letniej ciągłej dla (x) wynosi $\bar{a}_{x:\overline{n}|} = 11$.

Oblicz przybliżoną wartość wyrażenia $\bar{a}_{x+1/12:\overline{n}|} - \bar{a}_{x:\overline{n+1/12}|}$, jeśli dane są:

$$\mu_x = 0{,}01 \quad , \qquad \delta = 0{,}06 \ .$$

(A) -0,011 (B) -0,015 (C) -0,019 (D) -0,023
(E) -0,027

4. Osoba w wieku x kupuje dożywotnie ubezpieczenie rentowe. Płaci przez n lat w sposób ciągły składkę z intensywnością roczną P, a następnie otrzymuje świadczenie wypłacane w sposób ciągły z roczną intensywnością $2P$.
Podaj okres płacenia składki, jeśli jest to populacja z wykładniczym czasem życia, w której $\overset{o}{e}_x = 50$. Intensywność oprocentowania $\delta = 0{,}03$. Podaj najbliższą wartość.

(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

5. Rozważamy ubezpieczenie dyskretne ogólnego typu wystawione na (x). Jeśli umrze w k+1. roku ubezpieczenia, to na koniec roku uposażeni otrzymają $c_{k+1} = k+1$.

Na początku j+1. roku płaci składkę w wysokości π_j. Dane są:

$\pi_0^s = 0{,}1 \quad \pi_1^s = 0{,}14 \quad \pi_2^s = 0{,}22 \quad \pi_3^s = 0{,}35 \quad i = 5\,\% \qquad p_{x+3} = 0{,}98$

Oblicz π_3.

(A) 0,37 (B) 0,38 (C) 0,39 (D) 0,40
(E) 0,41

6. Rozpatrujemy dyskretny typ ubezpieczenia na życie i dożycie dla (x), w którym wyznaczono roczną składkę netto (na 1 zł sumy ubezpieczenia) P=0,115 .

Na koniec 1-szego roku ubezpieczyciel osiągnął zysk techniczny dzięki przychodom z lokat powyżej stopy technicznej. Zysk techniczny z oszczędności, G_1^s , powstający dzięki lokatom rezerwy netto oraz składki na oszczędności, przeznaczono w całości na wzrost rezerwy. W rezultacie nowa rezerwa netto wynosi ${}_1\widetilde{V} = 0{,}1077$, a od drugiego roku suma ubezpieczenia oraz składka są wyższe o 10%.

Wyznacz stopę techniczną w tym ubezpieczeniu (podaj najbliższą wartość), jeśli $q_x = 0{,}025$

(A) 4,25% (B) 4,50% (C) 4,75% (D) 5,00%
(E) 5,25%

7. Osoba w wieku 40 lat zawarła 30-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ze świadczeniem śmiertelnym płatnym na koniec roku śmierci. Składka za to ubezpieczenie jest płacona przez 20 lat, na początku roku, w stałej kwocie P. W składce P zawarty jest narzut na koszty administracyjne ubezpieczyciela i narzut ten wynosi 8 gr na złotówkę sumy ubezpieczenia. Ubezpieczyciel ponosi koszty administracyjne przez cały okres ubezpieczenia, w stałej kwocie na początku każdego roku. Inne koszty nie były brane pod uwagę.
Oblicz, ile wyniesie rezerwa na koszty administracyjne po dziesięciu latach trwania tego ubezpieczenia, jeśli dana jest $\ddot{a}_{40:\overline{20|}} = 12{,}3038$ oraz znane są jednostkowe rezerwy netto w analogicznych ubezpieczeniach na życie i dożycie, ale ze składką płatną przez cały okres ubezpieczenia:

$${}_{10}V_{40:\overline{20|}} = 0{,}37655 \qquad {}_{10}V_{40:\overline{30|}} = 0{,}20902$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 0,156 (B) 0,159 (C) 0,162 (D) 0,165
(E) 0,168

8.. Rozważamy model szkodowości z dwiema szkodami. Dane są:

$\mu_{1,x+t} \equiv 0{,}02$, $\mu_{2,x+t} \equiv 0{,}005$.

Ubezpieczamy (x) na wypadek śmierci ($J = 1$) i inwalidztwa ($J = 2$).
W przypadku śmierci dokonywana jest natychmiast wypłata w wysokości $c_1(t) \equiv 1$;
natomiast w przypadku inwalidztwa natychmiastowa wypłata wynosi $c_2(t) \equiv 2$.
Ubezpieczony opłaca składki przez cały okres ubezpieczenia za pomocą renty ciągłej ze stałą intensywnością $\pi(t) \equiv \pi$. Niech L oznacza stratę ubezpieczyciela na moment wystawienia polisy. Obliczyć $Var(L)$.
Wiadomo, że $\delta = 0{,}05$.

(A) 0,31 (B) 0,32 (C) 0,33 (D) 0,34
(E) 0,35

9. On jest 60-letnim mężczyzną z populacji de Moivre'a $\omega = 80$, ona 50-letnią kobietą z populacji de Moivre'a $\omega = 100$.
Zakupili 10-letnie ubezpieczenie na życie, wypłacające bezzwłocznie 100 000, jeśli ona umrze, a on żyje. Podaj najbliższą wartość jednorazowej składki netto dla oprocentowania $\delta = 0{,}05$.

(A) 12130 (B) 12650 (C) 13170 (D) 13690
(E) 14210

10. Uczestnicy pewnego planu emerytalnego przystępują do planu w wieku 30 lat, a przechodzą na emeryturę w wieku 65 lat. Prawdopodobieństwo, że 30-letni uczestnik dojdzie w planie do emerytury wynosi 0,6 . Plan wystartował w momencie *t*=0 ze 100 uczestnikami w wieku 30 lat i od tej liczba wstępujących rośnie ze stałą intensywnością 4% na rok.

Plan wypłaca każdemu emerytowi taką sama emeryturę ze stałą intensywnością wypłaty.

Wyznacz intensywność rocznego kosztu normalnego *P(t)* dla momentu *t*=60 na 1 złotówkę rocznej emerytury, jeśli $\delta = 0{,}04$ oraz $\bar{a}_{65} = 12$. Podaj najbliższą wartość.

(A) 1955 (B) 1970 (C) 1985 (D) 2000
(E) 2015

XXXI Egzamin dla Aktuariuszy z 6 grudnia 2003 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi................................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	A	
3	C	
4	A	
5	E	
6	C	
7	D	
8	B	
9	A	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.