

1. W populacji B natężenie wymierania jest w każdej kategorii wieku o 20% większe niż w populacji A, tzn.

$$\mu_x^{(B)} = 1.2\mu_x^{(A)} .$$

Oblicz prawdopodobieństwo, że (x) wybrany losowo z populacji A będzie żył nie krócej niż (x) wybrany losowo z populacji B.

- (A) 0.55 (B) 0.60 (C) 0.65 (D) 0.70
(E) 0,75

2. Rozważamy dwa 10-letnie ubezpieczenia na życie dla (40), wypłacające świadczenie w momencie śmierci. Polisa *Ros* wypłaca $10\,000 \cdot t$, jeśli ubezpieczony umrze w wieku $40 + t$ oraz $t < 10$. Polisa *Mal* wypłaca $10\,000 \cdot (10 - t)$, jeśli ubezpieczony umrze w wieku $40 + t$ oraz $t < 10$.

Oblicz jednorazową składkę netto za polisę *Ros*, jeśli wiadomo, że jest ona 11 razy większa niż odpowiednia składka za polisę *Mal* oraz $\bar{A}_{40:10|}^1 = 0.05$.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 4 490 (B) 4 520 (C) 4 550 (D) 4 580
(E) 4 610

3. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla osoby 30-letniej, wypłacające świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci, ze stałą składką płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia.

W ubezpieczeniu tym możliwy jest podział sumy ubezpieczenia między ochronę ubezpieczeniową i element oszczędnościowy. Dla każdej liczby a z przedziału $[1,100]$ niech $Pol(a)$ oznacza polisę, która wypłaca $a\%$ umówionej sumy ubezpieczenia w przypadku dożycia wieku 50 lat, natomiast wypłaca $(100-a)\%$ sumy ubezpieczenia w przypadku śmierci w ciągu najbliższych 20 lat. Niech ponadto $P(a)$ oznacza odpowiedni poziom rocznej składki za 1000 zł sumy ubezpieczenia. Dane są: $P(30)=8,85$ oraz $P(80)=21,10$.

Oblicz $P(55)$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 14 (B) 14.50 (C) 15 (D) 15.50
(E) 16

4. Rozważamy bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) z sumą ubezpieczenia 10 000 zł wypłacaną na koniec roku śmierci, opłacane za pomocą corocznych składek netto w wysokości 100 zł, płatnych aż do śmierci na początku roku. Wiemy ponadto, że w 21-szej płatności składka oszczędnościowa zrównuje się z ryzykoskładką. Oblicz rezerwę składki netto po 20 latach, jeśli dane są:

$$i = 5\% \quad \text{oraz} \quad q_{x+20} = 0.01$$

- (A) 4 454 (B) 4 464 (C) 4 474 (D) 4 484
(E) 4 494

5. Dla bezterminowego, ciągłego ubezpieczenia na życie dla (x) z sumą ubezpieczenia 1 zł dane są:

$${}_{10}\bar{V}_x = 0.3 \quad \mu_x = 0.01 \quad \mu_{x+10} = 0.015 \quad \bar{a}_x = 11$$

Oblicz przybliżoną wartość

$${}_{10}\bar{V}_{x+\frac{1}{12}} .$$

- (A) 0.301 (B) 0.302 (C) 0.303 (D) 0.304
(E) 0.305

6. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie 50 letniej osoby świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci, a składka płacona jest na początku roku w stałej wysokości przez pierwszych 20 lat ubezpieczenia. Suma ubezpieczenia w pierwszym roku wynosi 10 000 zł i rośnie o 1 000 zł w każdym kolejnym roku ubezpieczenia aż do maksymalnego poziomu 20 000.

Wyznacz rezerwę składek netto na koniec 10 roku ubezpieczenia. Dane są:

Wiek x	D_x	M_x	N_x	R_x
50	7 653	2 832	101 237	49 627
60	3 995	1 970	42 506	25 054
70	1 730	1 076	13 730	9 442

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 5 580 (B) 6 620 (C) 7 760 (D) 8 840
(E) 9 900

7. Rozważamy terminowe ubezpieczenie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 15 000 zł, płaconą w przypadku śmierci na koniec roku śmierci. Przez cały okres ubezpieczenia, na początku roku, płacona jest składka brutto w stałej wysokości P^{br} .

Wiadomo, że wszystkie narzuty w składce brutto stanowią 40% składki netto.

Część narzutów tworzą prowizje agencyjne: agenci uzyskują kwotową prowizję w momencie wystawienia polisy oraz stałą, procentową prowizję od każdej zainkasowanej składki.

Okazuje się, że jeśli zmniejszeniu o 1 punkt prowizji procentowej towarzyszy wzrost prowizji kwotowej o 100 zł, to – przy pozostałych elementach niezmiennych – nie zmienia się również wysokość składki brutto.

Wyznacz składkę brutto P^{br} , jeśli $v=0.95$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 875 (B) 895 (C) 915 (D) 935
(E) 955

8. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie dla osoby 45-letniej świadczenie śmiertelne jest wypłacane w momencie śmierci, a składka jest płacona w formie renty ciągłej ze stałą roczną intensywnością przez pierwszych 20 lat ubezpieczenia.

Ubezpieczenie to wypłaca:

- 30 000 zł w przypadku śmierci poprzedzonej długą, ciężką chorobą (CH),
- 20 000 zł w przypadku śmierci wywołanej nieszczęśliwym wypadkiem (NW),
- 10 000 zł w pozostałych przypadkach (INNE).

Wiadomo, że dla osobnika w wieku $x \geq 45$ zachodzi $\mu_{x+t}^{(CH)} = \mu_{x+t}^{(NW)} = \mu_{x+t}^{(INNE)}$, a

ponadto ${}_t p_x = (0.97)^t$.

Wyznacz roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu, jeżeli $i=6\%$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 735 (B) 765 (C) 795 (D) 825
(E) 855

9. Mąż (x) rozważa wybór renty dla żony (y). Są do wyboru dwie renty, obydwie płacone 1000 zł na początku roku, odpowiednio do warunków ubezpieczenia.

Pierwsza renta, ze składką SJN_1 , jest rentą wdowią wypłacającą nie dłużej niż przez 10 lat od zawarcia ubezpieczenia.

Druga renta, ze składką SJN_2 , wypłaca rentę dożywotnią wdowie, lub gdy (x) przeżyje 10 lat od 11 roku ubezpieczenia rentę dożywotnią (y).

Wyznacz $SJN_2 - SJN_1$, jeśli dane są:

$$\ddot{a}_x = 9.293$$

$$\ddot{a}_y = 14.053$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{10}|} = 6.847$$

$$\ddot{a}_{y:\overline{10}|} = 7.855$$

$$\ddot{a}_{x:y} = 8.657 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 3 200 (B) 4200 (C) 5200 (D) 6 200
(E) 7 200

10. Wszyscy uczestnicy planu emerytalnego przystępują do planu w wieku 25 lat i przechodzą na emeryturę (jeśli utrzymają się w planie) w wieku 65 lat. Plan wypłaca emeryturę z roczną intensywnością równą 2% sumy wynagrodzeń z całego okresu uczestnictwa. Roczna intensywność wynagrodzeń rośnie w sposób ciągły w stałym tempie 3% na rok, począwszy od wyjściowego poziomu 10000 zł w momencie przystąpienia do planu.

Zobowiązania emerytalne są kapitalizowane z intensywnością równą kosztowi normalnemu zgodnie z właściwą dla tego planu intensywnością kumulacji uprawnień emerytalnych $m(x)$, $25 \leq x \leq 65$ (*pension accrual density function*)

Wyznacz wartość $m(x)$ w momencie gdy aktywny uczestnik planu osiąga 50 lat. Podaj najbliższą wartość.

- | | | | | | |
|-----|---------|-----|---------|-----|---------|
| (A) | 0.02512 | (B) | 0.02736 | (C) | 0.03120 |
| (D) | 0.03462 | (E) | 0.03788 | | |

Egzamin dla Aktuariuszy z 17 czerwca 2000 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	A	
2	D	
3	C	
4	C	
5	B	
6	A	
7	E	
8	A	
9	D	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.