

Nazwa przedmiotu	Algebra dla MSEM I
Kod przedmiotu	1000-111ADM1
Profil studiów	ogólnoakademicki
Stopień studiów	pierwszy
Kierunek studiów	Ekonomia
Specjalność (jeśli dotyczy)	Międzykierunkowe Studia Ekonomiczno-Matematyczne
Forma studiów	studia stacjonarne
Rok studiów	I
Semestr	zimowy
Liczba godzin	90
Forma/typ zajęć	wykład (30h) + ćwiczenia (60h)
Punkty ECTS	8,5
Rodzaj przedmiotu (przedmiot obowiązkowy / kierunkowy do wyboru / fakultatywny / seminarium)	obowiązkowy
Sposób realizacji przedmiotu (stacjonarny / zdalny / kurs internetowy / kurs realizowany metodą blended learning)	stacjonarny
Język wykładowy	polski
Wymagania formalne	Brak
Założenia wstępne	brak
Skrócony opis przedmiotu	Zajęcia poświęcone są przedstawieniu podstawowych pojęć algebry liniowej. Omawiane są między innymi: układy równań liniowych i metody ich rozwiązywania, przestrzenie liniowe, baza i wymiar, przekształcenia liniowe, rząd i wyznacznik macierzy, wektory i wartości własne, diagonalizacja i potęgowanie macierzy, iloczyn skalarny, formy kwadratowe, elementy programowania liniowego. Oprócz opanowania technik algebry liniowej celem ćwiczeń jest wyrobienie u słuchaczy umiejętności precyzyjnego i logicznego rozumowania oraz przygotowanie do stosowania metod algebry liniowej w ekonomii.
Treści kształcenia dla przedmiotu	Układy równań liniowych. Rozwiązanie ogólne. Macierze. Operacje elementarne na wierszach macierzy. Postać schodkowa zredukowana. Zastosowanie do rozwiązywania układów równań. Ciała. Ciało liczb zespolonych. Postać trygonometryczna liczb zespolonych. Pierwiastki wielomianów. Zasadnicze twierdzenie algebry (bez dowodu). Pierwiastki z jedynki. Ciała $\mathbb{Z}_p$. Przestrzenie liniowe. Podprzestrzenie. Kombinacje liniowe, przestrzenie rozpięte na układach wektorów. Układy liniowo niezależne. Twierdzenie Steinitza o wymianie. Bazy. Istnienie baz. Wymiar przestrzeni liniowej. Współrzędne wektora w bazie. Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera–

	Capellego. Opisywanie podprzestrzeni układami równań liniowych. Iloczyn i suma podprzestrzeni, wymiar sumy podprzestrzeni. Wewnętrzna suma prosta. Przekształcenia liniowe. Działania na przekształceniach liniowych (dodawanie, mnożenie przez skalar, składanie), przestrzeń przekształceń liniowych $L(V, W)$. Homotetie, rzuty i symetrie równoległe. Zadawanie przekształcenia przez wartości na bazie. Jądro i obraz przekształcenia. Monomorfizmy, epimorfizmy, izomorfizmy. Każda n-wymiarowa przestrzeń liniowa nad K jest izomorficzna z K^n. Wymiar przestrzeni w zależności od wymiaru jądra i obrazu przekształcenia liniowego. Macierz przekształcenia liniowego. Algebra macierzy. Macierze odwracalne. Wyznaczniki. Własności wyznaczników. Obliczanie za pomocą operacji elementarnych. Rozwinięcia Laplace'a. Twierdzenie Cauchy'ego o mnożeniu wyznaczników. Zastosowania wyznaczników, związki z rzędem i z odwracalnością macierzy. Wzory Cramera na rozwiązanie układu n równań liniowych z n niewiadomymi. Endomorfizmy przestrzeni liniowych. Macierz endomorfizmu w bazie, zależność od bazy, macierze podobne ($B = C^{-1}AC$). Wektory, podprzestrzenie i wartości własne. Wielomian charakterystyczny. Endomorfizmy i macierze diagonalizowalne, kryteria diagonalizowalności. Twierdzenie Jordana o postaci kanonicznej macierzy endomorfizmu.
Przedmiotowe efekty uczenia się	Po ukończeniu przedmiotu, student: W ZAKRESIE WIEDZY: • Zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia algebry liniowej, w szczególności dotyczące układów równań liniowych, macierzy, przestrzeni liniowych oraz przekształceń liniowych. • Rozumie własności liczb zespolonych, ciał liczbowych oraz ich znaczenie w rozwiązywaniu równań algebraicznych. • Zna pojęcia związane z endomorfizmami przestrzeni liniowych, w tym wartości i wektory własne, diagonalizację oraz podstawowe własności wyznaczników i macierzy. W ZAKRESIE UMIEJĘTNOŚCI: • Potrafi rozwiązywać układy równań liniowych oraz wykonywać obliczenia na macierzach, w tym wyznaczać rząd macierzy, wyznaczniki i macierze odwrotne. • Potrafi analizować własności przestrzeni liniowych i przekształceń liniowych, w szczególności wyznaczać bazy, wymiar, jądro i obraz przekształcenia. • Potrafi stosować pojęcia algebry liniowej do rozwiązywania standardowych problemów matematycznych, w tym do badania diagonalizowalności macierzy i prostych zagadnień własnych. W ZAKRESIE KOMPETENCJI: • Jest gotów do systematycznej i samodzielnej pracy nad rozwiązywaniem problemów matematycznych, wymagających logicznego i abstrakcyjnego myślenia. • Wykazuje rzetelność i dokładność w prowadzeniu rozumowań matematycznych oraz prezentowaniu wyników obliczeń. • Ma świadomość znaczenia aparatu algebry liniowej jako narzędzia wykorzystywanego w dalszym kształceniu oraz w zastosowaniach naukowych i praktycznych.

Powiązanie efektów przedmiotowych z efektami kierunkowymi/specjalnościowym i (oznaczonymi kodami z programu nauczania)	specjalność: Międzykierunkowe Studia Ekonomiczno-Matematyczne: S_W01, S_U03, S_K01
Nakład pracy studenta	Szacunkowy nakład pracy studenta: 8,5ECTS x 25h = 212,5h (K) - godziny kontaktowe (S) - godziny pracy samodzielnej ćwiczenia: 60h (K) 0h (S) wykład: 30h (K) 0h (S) przygotowanie do ćwiczeń: 0h (K) 22,5h (S) przygotowanie do zaliczenia ćwiczeń: 0h (K) 50h (S) przygotowanie do egzaminu: 0h (K) 50h (S) Razem: 90h (K) + 122,5h (S) = 212,5h
Metody i kryteria oceniania	Zaliczenie uzyskiwane na podstawie punktów uzyskiwanych w czasie semestru oraz egzaminu. Wyjściowa skala ocen: 0–50% – ndst 50–60% – dst 60–70% – dst+ 70–80% – db 80–90% – db+ 90–100% – bdb
Literatura	T. Koźniewski – Wykłady z algebry liniowej I, Uniwersytet Warszawski A. Białynicki-Birula – Algebra liniowa z geometrią, PWN J. Rutkowski - Algebra liniowa w zadaniach, PWN
Metody dydaktyczne	W ramach wykładu wykorzystywane są następujące metody dydaktyczne: wykład informacyjny wykład problemowy wykład z prezentacją multimedialną analiza przykładów i zadań ilustrujących pojęcia algebry liniowej metoda pytań kierowanych W ramach ćwiczeń wykorzystywane są następujące metody dydaktyczne: rozwiązywanie zadań rachunkowych pod kierunkiem prowadzącego metoda problemowa (rozwiązywanie zadań o rosnącym stopniu trudności) analiza przykładów zastosowań algebry liniowej w ekonomii samodzielna praca studentów z bieżącą informacją zwrotną dyskusja nad sposobami rozwiązywania zadań i popełnianymi błędami
Oprogramowanie	