

Nazwa przedmiotu	Rachunek prawdopodobieństwa
Kod przedmiotu	2400-L2PPRP
Profil studiów	ogólnoakademicki
Stopień studiów	pierwszy
Kierunek studiów	Finanse i Rachunkowość
Specjalność (jeśli dotyczy)	Finanse i Rachunkowość Przedsiębiorstw Finanse Publiczne i Podatki
Forma studiów	studia stacjonarne i niestacjonarne wieczorowe
Rok studiów	II
Semestr	zimowy
Liczba godzin	45
Forma/typ zajęć	wykład (15h) + ćwiczenia (30h)
Punkty ECTS	6
Rodzaj przedmiotu (przedmiot obowiązkowy / kierunkowy do wyboru / fakultatywny / seminarium)	obowiązkowy
Sposób realizacji przedmiotu (stacjonarny / zdalny / kurs internetowy / kurs realizowany metodą blended learning)	Stacjonarny z elementami zdalnymi (blended learning)
Język wykładowy	polski
Wymagania formalne	Brak
Założenia wstępne	Zakłada się, że student zna pojęcia i metody z zakresu analizy matematycznej i algebry liniowej.
Skrócony opis przedmiotu	Kurs koncentruje się na fundamentalnych pojęciach i twierdzeniach rachunku prawdopodobieństwa, obejmując definicje zdarzeń losowych, własności funkcji rozkładu i gęstości oraz klasyczne metody obliczania prawdopodobieństwa. Studenci poznają modele dyskretne i ciągłe, uczą się obliczania wartości oczekiwanej i wariancji, analizują niezależność zdarzeń oraz rozmaite twierdzenia graniczne (m.in. prawo wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne). Na ćwiczeniach szczególny nacisk kładziony jest na umiejętność formułowania problemów probabilistycznych, poprawną interpretację wyników i zastosowania praktyczne, zwłaszcza w analizie danych, finansach, ekonometrii czy ubezpieczeniach.
Treści kształcenia dla przedmiotu	Przedmiotem kursu są podstawowe pojęcia i metody rachunku prawdopodobieństwa, podzielone na cztery obszary tematyczne: zagadnienia wstępne, jednowymiarowe zmienne losowe, wielowymiarowe zmienne losowe oraz twierdzenia graniczne. Szczególny nacisk położony jest na rozumienie narzędzi probabilistycznych w kontekście statystyki matematycznej i analizy modeli ekonomicznych. Celem 15h wykładu jest wprowadzenie pojęć i definicji, omówienie twierdzeń oraz ich konsekwencji praktycznych. Celem 30h ćwiczeń jest ugruntowanie wiedzy nabytej w trakcie wykładów i podczas samodzielnego studiowania literatury oraz nabycie praktycznych

	umiejętności stosowania omawianych metod przy rozwiązywaniu problemów z zakresu demografii, ekonomii i finansów. W kolejnych blokach omawiane są następujące treści: Blok I (zagadnienia podstawowe): • Przestrzeń probabilistyczna: model doświadczenia, aksjomaty Kołmogorowa, własności. Wzór włączeń i wyłączeń. Schemat klasyczny. Prawdopodobieństwo geometryczne. • Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa. • Wzajemna niezależność zdarzeń; niezależność parami. Schemat Bernoulliego. Twierdzenie Poissona. Blok II (jednowymiarowe zmienne losowe): • Definicja zmiennej losowej o wartościach rzeczywistych. Rozkład prawdopodobieństwa. Rozkłady dyskretne (w tym: dwumianowy, geometryczny, Poissona) i ciągłe (w tym: jednostajny, wykładniczy, normalny). Własności gęstości. • Dystrybuanta i jej własności. Dystrybuanta a rozkład. Rozkład funkcji zmiennej losowej. Kwantyle. • Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych. Wartość oczekiwana dla zmiennej losowej dyskretnej i ciągłej, możliwości uogólnienia. Rozkład bez wartości oczekiwanej (Cauchy'ego). • Wariancja. Wartości oczekiwane i wariancje dla najważniejszych rozkładów. Momenty. Współczynnik asymetrii, kurtosis. Analogiczne charakterystyki liczbowe próbki (średnia, wariancja, dystrybuanta empiryczna i kwantyle). Blok III (wielowymiarowe zmienne losowe): • Rozkład łączny zmiennych losowych (ciągłe i dyskretne wektory losowe). Wartość oczekiwana funkcji zmiennych losowych. Kowariancja. Współczynnik korelacji liniowej Pearsona (odniesienie do nierówności Schwarz'a). • Niezależność zmiennych losowych. Kryteria niezależności dla rozkładów dyskretnych i ciągłych. Splot gęstości (rozkład sumy niezależnych zmiennych losowych). Niezależność a współczynnik korelacji. Wielowymiarowy rozkład normalny i jego własności. • Rozkład warunkowy zmiennej losowej. Warunkowa wartość oczekiwana dla rozkładów dyskretnych i ciągłych. Blok IV (twierdzenia graniczne): • Nierówność Czebyszewa i pochodne. • Zbieżność według prawdopodobieństwa i prawie na pewno. Prawa wielkich liczb (warianty słabe i mocne). Twierdzenie Gliwenki-Cantelliego. • Twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a. Centralne twierdzenie graniczne dla niezależnych zmiennych losowych o jednakowych rozkładach. Przykłady zastosowań.
Przedmiotowe efekty uczenia się	Po ukończeniu przedmiotu, student: W ZAKRESIE WIEDZY: • zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa, które są wykorzystywane w statystyce, ekonometrii, finansach czy teorii ubezpieczeń (w szczególności: przestrzeń probabilistyczna, prawdopodobieństwo warunkowe, twierdzenie Bayesa, twierdzenie Poissona, zmienna losowa, dystrybuanta, rozkład dyskretny, rozkład ciągły, gęstość, wartość oczekiwana i inne momenty zmiennej losowej, rozkład łączny i rozkłady brzegowe zmiennych losowych, kowariancja, niezależność

	zmiennych losowych, spłot gęstości, warunkowa wartość oczekiwana, nierówność Czebyszewa, zbieżność wg prawdopodobieństwa i prawie na pewno, prawa wielkich liczb, Centralne Twierdzenie Graniczne i twierdzenie de Moivre'a – Laplace'a; • zna podstawowe modele i rozkłady probabilistyczne (takie jak geometryczne modele prawdopodobieństwa, Schemat Bernoulliego, rozkład dwumianowy, rozkład geometryczny, rozkład Poissona, rozkład jednostajny, rozkład normalny, rozkład wykładniczy, rozkład Cauchy'ego), rozumie ich własności i specyfikę i wie, w jakich sytuacjach mogą mieć zastosowanie do opisu rzeczywistości; • zna i rozumie możliwości i ograniczenia prostych narzędzi (arkusze kalkulacyjne, programy obliczeniowe) przy analizie ciągłych i dyskretnych zmiennych losowych, oraz narzędzi sztucznej inteligencji w zagadnieniach probabilistycznych. W ZAKRESIE UMIEJĘTNOŚCI: • potrafi opisać badany problem w terminach probabilistycznych i stosować podstawowe techniki rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania problemów ekonomicznych (z teorii ubezpieczeń, finansów, mikroekonomii, demografii); • potrafi zaimplementować prosty eksperyment, zinterpretować wyniki uzyskane podczas modelowania zjawisk ekonomicznych i wyciągać wnioski; potrafi działać logicznie i precyzyjnie. W ZAKRESIE KOMPETENCJI: • wykazuje się odpowiedzialnością i samokontrolą poprzez doświadczenie pracy zarówno w warunkach kontrolowanej jak i niekontrolowanej samodzielności, przy szerokim wyborze dostępnych sposobów nabywania wiedzy; • jest gotów do systematycznej pracy m.in. dzięki formule kursu moodle i wymaganiom stawianym podczas ćwiczeń.
Powiązanie efektów przedmiotowych z efektami kierunkowymi/specjalnościowym i (oznaczonymi kodami z programu nauczania)	kierunek Finanse i Rachunkowość: K_W03, K_W07, K_U02, K_U05, K_K01
Nakład pracy studenta	Szacunkowy nakład pracy studenta: 6 ECTS x 25h = 150h (K) - godziny kontaktowe (S) - godziny pracy samodzielnej wykład (zajęcia): 15h (K) 0h (S) ćwiczenia (zajęcia): 30h (K) 0h (S) kolokwium i egzamin końcowy: 5h (K) 0h (S) konsultacje: 5h (K) 0h (S) przygotowanie do ćwiczeń: 0h (K) 25h (S) przygotowanie do wykładów: 0h (K) 5h (S) przygotowanie do kolokwium: 0h (K) 15h (S) przygotowanie do egzaminu: 0h (K) 15h (S) praca w Moodle (quizy): 0h (K) 30h (S) przygotowanie prezentacji: 0h (K) 5h (S) Razem: 55h (K) + 95h (S) = 150h

Metody i kryteria oceniania	Uzyskanie zaliczenia przedmiotu wymaga spełnienia łącznie następujących warunków: 1. Obecności na ćwiczeniach (dopuszczalne dwie nieobecności w semestrze) 2. Zaliczenia ćwiczeń. Podstawą zaliczenia ćwiczeń jest: a. Kolokwium (rozwiązywanie zadań + pytania teoretyczne, pisemne, 50p) b. 10 quizów na platformie moodle (łącznie 30p, po 3p za quiz) c. Prezentacja rozwiązania przydzielonego zadania na zajęciach (10p) d. Aktywność na zajęciach, polegająca w szczególności na rozwiązywaniu zadań przy tablicy oraz udziale w dyskusji (10p). Aby uzyskać zaliczenie ćwiczeń, należy uzyskać łącznie co najmniej 50% punktów możliwych do zdobycia. 3. Uzyskania co najmniej 40% punktów z egzaminu końcowego (rozwiązywanie zadań + pytania teoretyczne). 4. Uzyskania co najmniej 50% ze średniej ważonej wyniku punktowego z ćwiczeń (waga 40%) oraz egzaminu (waga 60%). Skala ocen: [0%-50%) – ndst [50%-60%) – dst [60%-70%) – dst+ [70%-80%) – db [80%-90%) – db+ [90%-100%) – bdb
Literatura	Skrypt przedmiotu (obowiązkowy): R. Adamczak i A. Osękowski, Wykład z Rachunku Prawdopodobieństwa WNE, (2012), udostępniany na platformie moodle Literatura obowiązkowa: J. Jakubowski, R. Sztencel, Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego. Wyd. II, SCRIPT, Warszawa 2002. Literatura dodatkowa (w języku polskim): W. Niemiro, Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka Matematyczna. Szkoła Nauk Ścisłych, Warszawa 1999 (wybrane rozdziały) Literatura dodatkowa (w języku angielskim): C.M. Grinstead, J. L. Snell, Introduction to Probability, 2006 wersja online (GNU license) https://math.dartmouth.edu/~prob/prob/prob.pdf (wybrane rozdziały) S.M. Ross, Introduction to Probability Models, Academic Press, 2019 (wybrane rozdziały) D. Wackerly, W. Mendenhall, i R. Scheaffer. Mathematical statistics with applications, Thomson Brooks/Cole, 2008 (wybrane rozdziały)
Metody dydaktyczne	W ramach wykładu wykorzystywane są następujące metody dydaktyczne: - prezentacja multimedialna, - interaktywne quizy, ankiety i eksperymenty online (z wykorzystaniem oprogramowania typu Slido), - dyskusja problemowa, - e-learning. W ramach ćwiczeń wykorzystywane są następujące metody dydaktyczne: - ćwiczenia rachunkowe i analityczne,

	- prezentacje studentów, - dyskusja problemowa na forum grupy, - analiza danych i obliczenia w programach komputerowych, - e-learning. W zajęciach wykorzystywane będą elementy odwróconej klasy (materiały online do przygotowania się przed ćwiczeniami)
Oprogramowanie	Arkusze kalkulacyjne (MSExcel/Google Sheets), programy obliczeniowe (typu WolframAlpha), narzędzia sztucznej inteligencji