Zadanie (1c) z lekcji 3:

Wprowadzenie podatku jednostkowego w wielkości *T* w monopolu spowoduje wzrost ceny sprzedaży dobra dostarczanego przez monopolistę w równowadze:
a) równy *T*,
b) równy, bądź mniejszy od *T*,
**c) większy od *T*, bądź równy *T*, bądź mniejszy od *T*,**
d) mniejszy od *T*,
e) równy, bądź większy od *T*.

Uzasadnić, że odpowiedź (c) jest poprawna.

Rozwiązanie

1) Rozważmy liniową krzywą popytu:

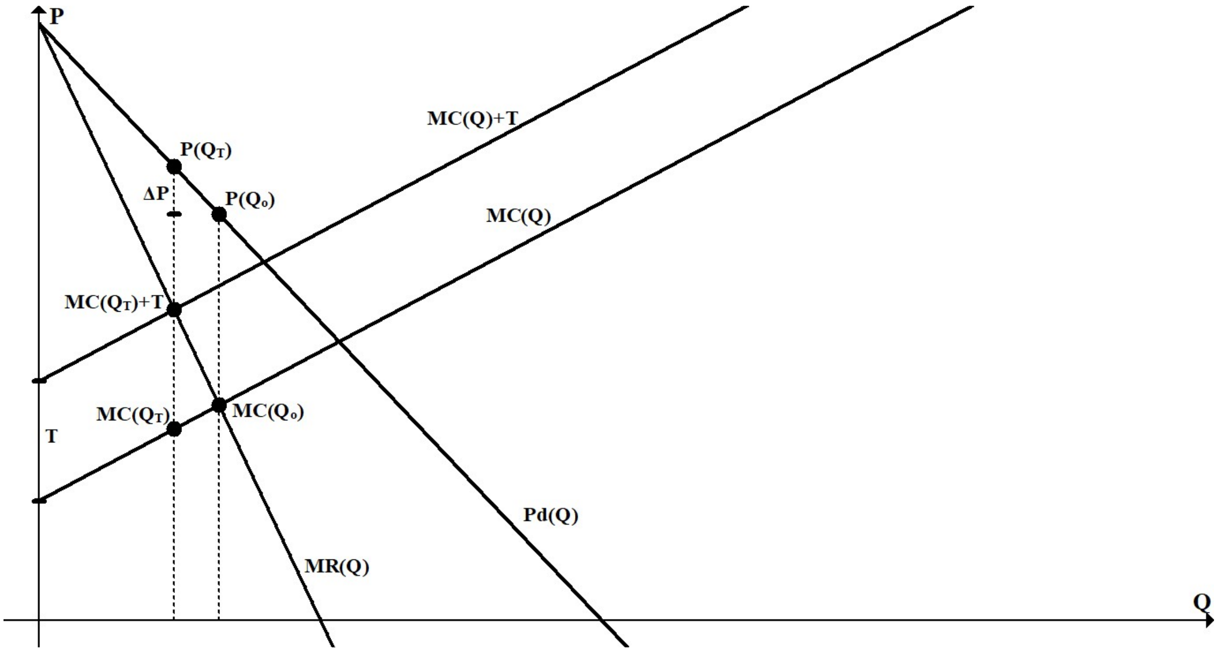
$Q_D$ =c-d*P => $P_D$=a-b*Q dla c=a/b oraz d=1/b
gdzie nachylenie $\frac{dP}{dQ} = -b = -\frac{1}{d} = \frac{P}{\varepsilon * Q}$ lub $\varepsilon = -\frac{P}{b*Q} = -\frac{d*P}{Q}$
czyli nachylenie krzywej jest stałe, ale elastyczność zmienia się wzdłuż krzywej.

**Przed** wprowadzeniem podatku:
Π=TR(Q)-TC(Q) =Q*P - TC=Q(a-b*Q) -TC
MR(Q)=MC(Q) ⇔ a-2b*Q=MC(Q) => $Q_0 = \frac{a - MC(Q_0)}{2b}$ => $P_0 = a - \frac{a - MC(Q_0)}{2}$

**Po** wprowadzeniu podatku jednostkowego T:
Π=TR($Q_T$)-TC($Q_T$)-T*$Q_T$
MR($Q_T$)=MC($Q_T$)+T= ⇔ a-2b*$Q_T$=MC($Q_T$)+T => $Q_T = \frac{a - MC(Q_T) - T}{2b}$ =>$P_T = a - \frac{a - MC(Q_T) - T}{2}$

Porównanie:
**ΔP=**$\left(a - \frac{a - MC(Q_T) - T}{2}\right) - \left(a - \frac{a - MC(Q_0)}{2}\right) = \frac{(MC(Q_T) - MC(Q_0)) + T}{2} \leq \frac{T}{2}$,
gdyż MC($Q_T$)< MC($Q_0$) dla rosnącej krzywej MC oraz MC($Q_T$)=MC($Q_0$) dla stałej krzywej MC => ΔP<T, czyli cena rośnie o **mniej** niż T, a w przypadku stałych kosztów krańcowych cena rośnie o T/2. To samo można było pokazać poprzez pochodną $\frac{dP_T}{dT} = \frac{1}{2}$

Wniosek: dla liniowego popytu $\frac{dP}{dT} < 1$. Tak jest nawet jeśli krzywa podaży byłaby pozioma.



Wykres I: liniowa krzywa popytu, ΔP<T

2) Rozważmy przypadek krzywej popytu o stałej elastyczności (funkcja izoelastyczna)

Na ogół cenowa elastyczność popytu nie jest stała, lecz zmienia się wzdłuż krzywej popytu. Ale jeśli funkcja jest postaci log-log-liniowej (lub podwójnej log-liniowej) funkcji:
ln(Q)=ln(c)-d*ln(P) ⇔ $Q = \frac{c}{P^d} = c * P^{-d} = c * P^{\varepsilon}$ lub
ln(P)=ln(a)-b*ln(Q) ⇔ P= $\frac{a}{Q^b} = a * Q^{-b} = a * Q^{\frac{1}{\varepsilon}}$
dla c=1/a oraz d=1/b oraz a, b>0
gdzie (-d)=(-1/b)=ε, czyli nachylenie $\left(-\frac{b*P}{Q} = -\frac{P}{d*Q}\right)$ krzywej nie jest stałe. W tej sytuacji elastyczność nie zmienia się wzdłuż krzywej popytu. Taka krzywa popytu może być elastyczna, nieelastyczna lub mieć jednostkową elastyczność w zależności od *d*.

Z warunku Lernera P= $\frac{MC(Q)}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$ = $\frac{MC(Q)}{1-\frac{1}{|\varepsilon|}}$ gdzie 1<|ε|, czyli monopolista zawsze operuje z elastyczną krzywą popytu, gdyż nieelastyczny popyt prowadzi do P<0, jednostkowa elastyczność oznacza P→∞, a doskonale elastyczny popyt prowadzi do P=MC.
Jeśli 1<|ε| => 1< d oraz 1>b oraz a=1 oraz $1 > \frac{1}{|\varepsilon|}$ => $1 - \frac{1}{|\varepsilon|}$ <1 => $\frac{1}{1-\frac{1}{|\varepsilon|}}$ >1

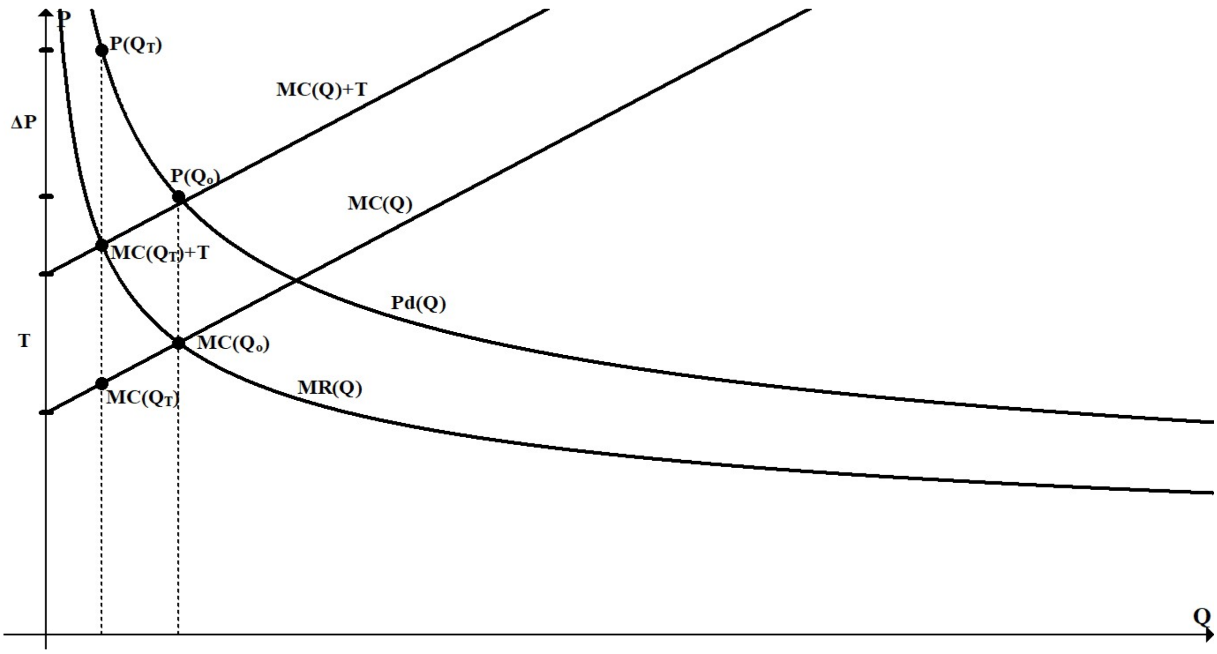
**Przed** wprowadzeniem podatku:
Π=TR(Q)-TC(Q) =Q*P - TC= $a * Q^{-b+1}$ –TC
MR(Q)=MC(Q) ⇔ $a(1-b) * Q^{-b}$=MC(Q) => $Q_0$= $\left(\frac{MC(Q_0)}{a(1-b)}\right)^{-\frac{1}{b}}$ = $\left(\frac{MC(Q_0)}{a(1-b)}\right)^{\varepsilon}$
=> $P_0$ = $\frac{MC(Q_0)}{a(1-b)} = \frac{MC(Q_0)}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$ => a=1 => funkcja popytu o stałej elastyczności może mieć wyłącznie jednostkowy wyraz wolny.

**Po** wprowadzeniu podatku jednostkowego T:
Π=TR(Q)-TC(Q)-T*Q

MR(Q)= MC(Q)+T ⇔ $a * (1-b) * Q^{-b}$ = MC(Q)+T => $Q_T$= $\left(\frac{MC(Q_T)+T}{a(1-b)}\right)^{-\frac{1}{b}}$=$\left(\frac{MC(Q_T)+T}{a(1-b)}\right)^{\varepsilon}$
=> $P_T$ = $= \frac{MC(Q_T)+T}{a(1-b)} = \frac{MC(Q_T)+T}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$

Porównanie:
**ΔP**= $\frac{MC(Q_T)+T}{a(1-b)}$ - $\frac{MC(Q_0)}{a(1-b)}$ = $\frac{a(1-b)*(Q_T{}^{-b}-Q_0{}^{-b})+T}{a(1-b)}$ = $\left(Q_T{}^{-b} - Q_0{}^{-b}\right)$+ $\frac{T}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$ > T,
gdyż $Q_T < Q_0 => Q_T{}^{b} < Q_0{}^{b}$ => $Q_T{}^{-b} > Q_0{}^{-b}$ oraz a(1-b)=$1 + \frac{1}{\varepsilon}$ < 1 => ΔP>T, czyli cena wzrosła o **więcej** niż T. To samo można było pokazać poprzez pochodną $\frac{dP_T}{dT} = \frac{1}{a(1-b)}$ >1

Wniosek: dla popytu o stałej elastyczności $\frac{dP}{dT} > 1$. Jest to cecha charakterystyczna rynków paliw lub alkoholi.



Wykres II: krzywa popytu o stałej elastyczności, ΔP>T.

3) Rozważmy przypadek log-liniowej (lub semi-log lub wykładniczej) funkcji

ln(Q)=ln(c)-d*P ⇔ $Q = \frac{c}{e^{d*P}} = c * e^{-d*P} = c * e^{\varepsilon}$ lub P= $\frac{\ln(c)-\ln(Q)}{d}$ = $\frac{\ln(c/Q)}{d}$
gdzie (-d*P)=ε, czyli nachylenie $(-\frac{1}{d*Q})$ krzywej nie zależy od relacji P/Q,
w przypadku monopolu P> 1/d gdyż |ε|>1,
c – odpowiada za rozmiar rynku, czyli nasycenie rynku gdy dobro jest bezpłatne
jeśli P=0 => Q=c, jeśli Q=0 => P⟶∞

Taka krzywa jest bardziej wypłaszczona w porównaniu do krzywej o stałej elastyczności.

**Przed** wprowadzeniem podatku:

Π=TR(Q)-TC(Q) =P*Q - TC= $\frac{\ln(c/Q)}{d} * Q$ –TC

MR(Q)=MC(Q) ⇔ $\frac{\ln(c/Q)}{d}$ - $\frac{1}{d}$ =MC(Q) ⇔ $P_0$= MC($Q_0$) + $\frac{1}{d}$ => $Q_0 = c * e^{-d*MC(Q_0)-1}$

z warunku Lernera również można wyznaczyć tą samą zależność:

$P_0 = \frac{MC(Q_0)}{1+\frac{1}{\varepsilon_0}} = \frac{MC(Q_0)}{1-\frac{1}{d*P_0}} = \frac{d*P_0*MC(Q_0)}{d*P_0-1}$ => $P_0$*d-1=d*MC($Q_0$) => $P_0 = MC(Q_0) + \frac{1}{d}$

**Po** wprowadzeniu podatku jednostkowego T:

Π=TR(Q)-TC(Q) – T*Q

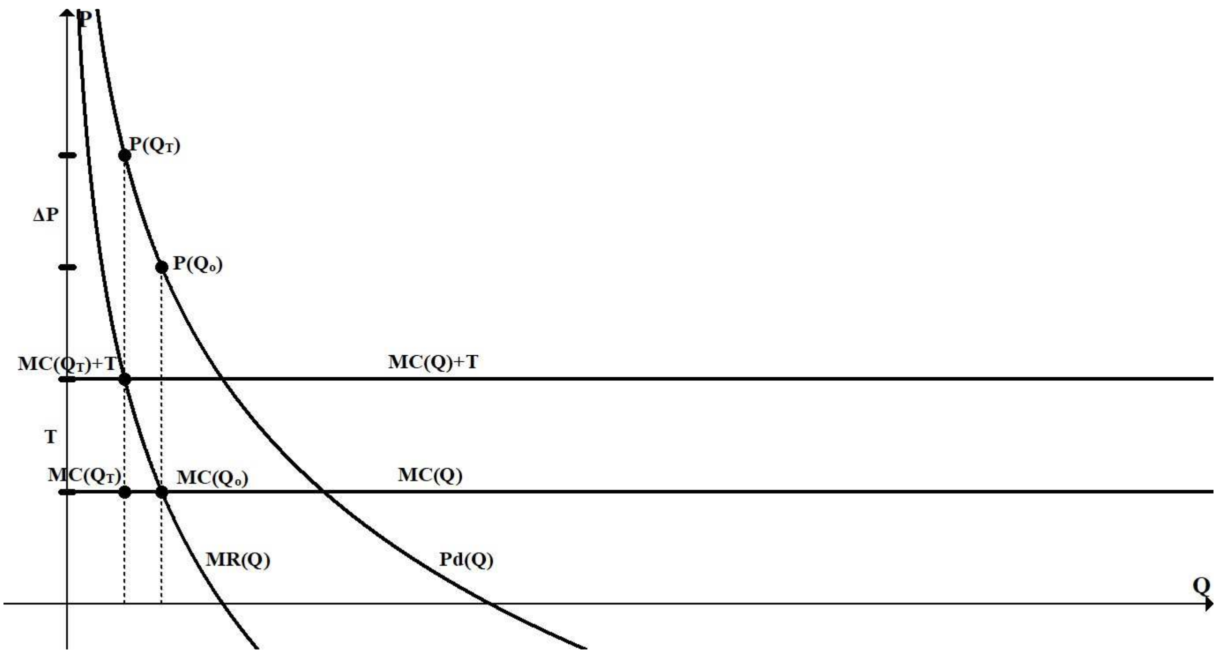
MR(Q)= MC(Q)+T ⇔ $\frac{\ln(c/Q)}{d}$ - $\frac{1}{d}$ = MC(Q)+T => $P_T$=MC($Q_T$)+T+$\frac{1}{d}$ = $\frac{MC(Q_T)+T}{1+\frac{1}{\varepsilon_T}}$

Porównanie:

**ΔP**=MC($Q_T$)+T+ $\frac{1}{d}$ -MC($Q_0$)- $\frac{1}{d}$ =T, czyli jeśli koszty krańcowe są stałe => cena **wzrośnie** o T.

Dla przypadku ogólnego należy sprawdzić pochodną $\frac{dP_T}{dT} = 1$

Wniosek: dla popytu o stałej elastyczności $\frac{dP}{dT} = 1$.




Wykres III: log-liniowa funkcja popytu i stałe koszty krańcowe, ΔP=T