

3. Popyt rynkowy na dobro X opisany jest wzorem: $q_D = 393 - 2p$, podaż rynkowa: $q_S = p/4 - 12$. Oblicz cenę i ilość równowagi, nadwyżkę konsumenta i producenta oraz sporządź odpowiedni rysunek w przypadku w którym rząd wprowadza następujące podatki (tam gdzie to konieczne załóż, że zysk jest tożsamy z nadwyżką producenta). Porównaj przypadek konkurencji doskonałej z monopolem:

f) $T = 1q, q(0,20]$; $T = 20q, q(20,30]$; $T = 10q, q(30, +\infty)$, progowy od ilości

Rozwiązanie:

KONKURENCJA DOSKONAŁA

W punkcie równowagi **przed** wprowadzeniem podatku: **(E0)**

$$Q_d(P) = Q_s(P) \Leftrightarrow 393 - 2P = (P/4) - 12 \Rightarrow P = 180 \Rightarrow Q = 33 \Rightarrow$$

$$NK = 0,5 * ((393/2) - 180) * 33 = 272,25$$

$$NP = 0,5 * (180 - 48) * 33 = 2178$$

Po wprowadzeniu podatku jednostkowego $T = tQ$:

$$Q_d(P_d) = Q_s(P_s), P_d = P_s + (T/Q)$$

$$P_{st} = \begin{cases} 4Q + 49 & \text{dla } 0 < Q \leq 20 \\ 4Q + 68 & \text{dla } 20 < Q \leq 30 \\ 4Q + 58 & \text{dla } 30 < Q < \infty \end{cases}$$

Sposoby naliczenia podatku:

1. Stosowanie jednolitej stawki podatku z danego przedziału po ustaleniu ostatecznej wielkości produkcji (czyli rząd pobiera zaliczkę na poczet podatku, a później rozlicza według stawki z danego przedziału).
2. Progresywne naliczanie podatku w przypadku konkurencji doskonałej jest możliwe pod warunkiem braku dyskryminacji cenowej, czyli cena musi być jednolita przy każdej poziomie ilości. Tą opcję pomijamy.

Opcja 1:

- Przy $0 < Q \leq 20$:

$P_{st} = P_d \Leftrightarrow 4Q + 49 = (393/2) - (Q/2) \Rightarrow Q = 32,7 > 20 \Rightarrow$ rozwiązanie jest poza przedziałem
 \Rightarrow Stąd przy najniższej stawce podatku nie zostanie sprzedana/kupiona żadna ilość produktu.

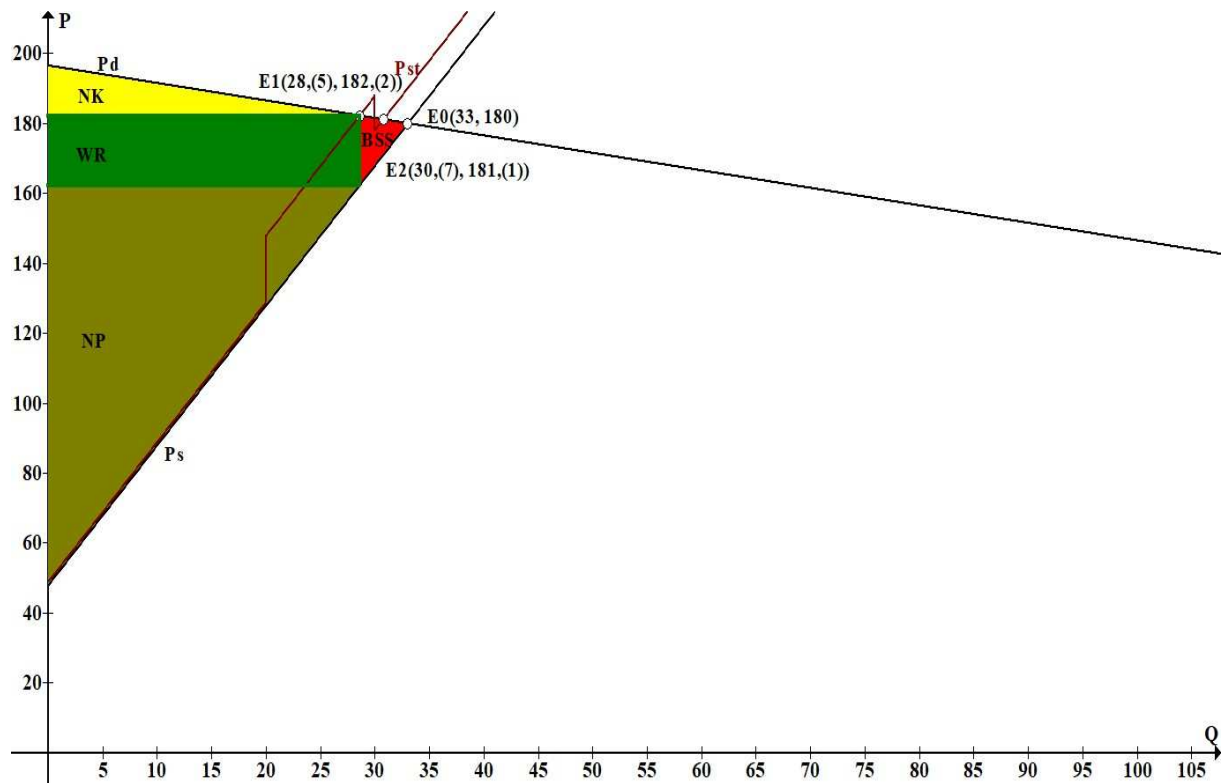
- Przy $20 \leq Q < 30$:

$P_{st} = P_d \Leftrightarrow 4Q + 68 = (393/2) - (Q/2) \Rightarrow Q = 28,5 \Rightarrow$ rozwiązanie mieści się w przedziale
 $\Rightarrow P_d = 182,2$ oraz $P_s = 162,2$ **(E1)**

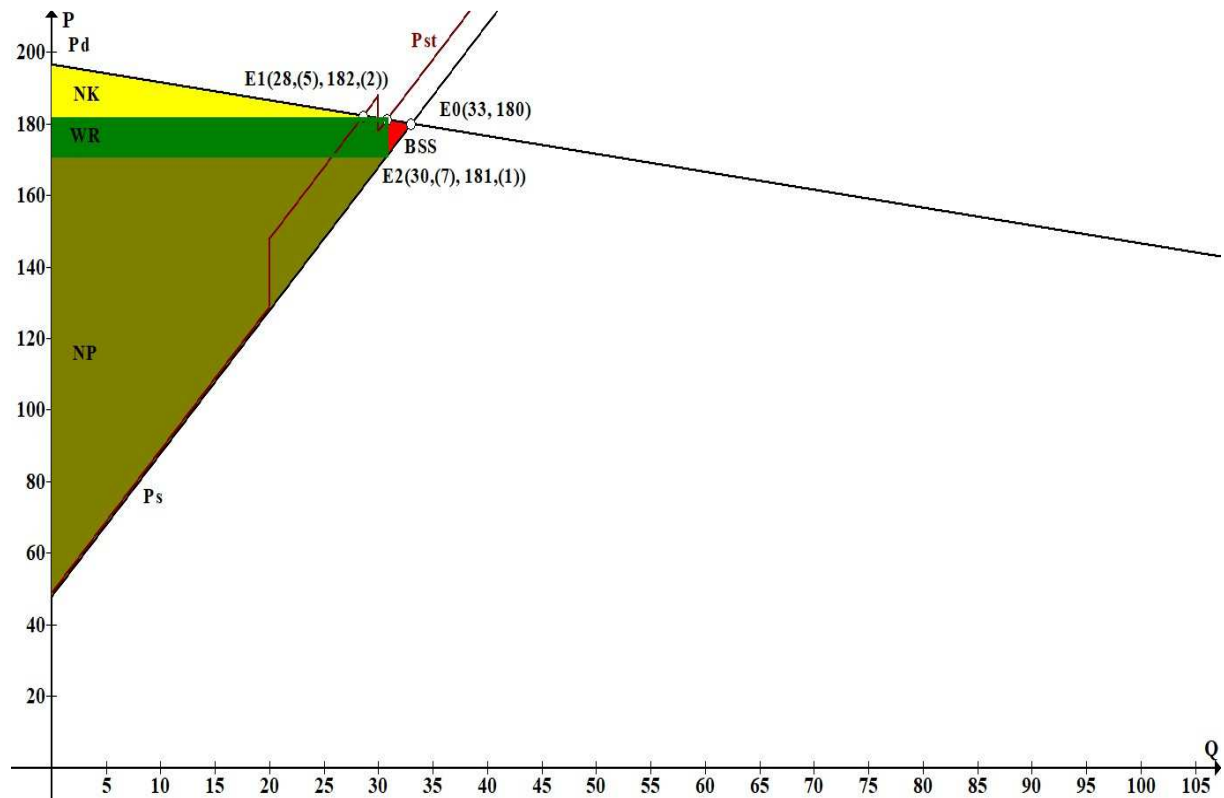
- Przy $Q > 30$:

$P_{st} = P_d \Leftrightarrow 4Q + 58 = (393/2) - (Q/2) \Rightarrow Q = 30,7 \Rightarrow$ rozwiązanie mieści się w przedziale
 $\Rightarrow P_d = 181,1$ oraz $P_s = 171,1$ **(E2)**

Zauważmy, że przesunięta krzywa podaży składa się z odcinków Pst1, Pst2 i Pst3, która przecina krzywą popytu w dwóch miejscach. Dzieje się tak ze względu na obniżenie podatku z 20Q na 10Q przy $Q > 30$. Zatem wystąpią 2 równowagi (E1 oraz E2).



Sytuacja w przypadku równowagi E1, gdzie $P_s = 4Q + 48$; $P_{st1} = 4Q + 49$; $P_{st2} = 4Q + 68$; $P_{st3} = 4Q + 58$.



Sytuacja w przypadku równowagi E2, gdzie $P_s = 4Q + 48$; $P_{st1} = 4Q + 49$; $P_{st2} = 4Q + 68$; $P_{st3} = 4Q + 58$.

Zatem musimy rozpatrzyć dwa przypadki **E1** oraz **E2**.

E1:

Łączna nadwyżka producenta i konsumenta:

$$NP=0,5*(162,(2)-48)*28,(5)=1630,84$$

$$NK=0,5*((393/2)-182,(2))*28,(5)=203,86$$

Wpływy rządowe:

$$G=(182,(2)-162,(2))*28,(5)=571,(1)$$

Bezpowrotna strata społeczna:

$$BSS=2178+272,25-(1630,84+203,86+571,(1))=44,43(8)$$

lub z analitycznego wzoru na pole trójkąta przy użyciu wyznacznika:

$$BSS=0,5*|(28,(5)-33)*(162,(2)-180)-(182,(2)-180)*(28,(5)-33)|=44,44$$

E2:

Łączna nadwyżka producenta i konsumenta:

$$NP=0,5*(171,(1)-48)*30,(7)=1894,54$$

$$NK=0,5*((393/2)-181,(1))*30,(7)=236,82$$

Wpływy rządowe:

$$G=(181,(1)-171,(1))*30,(7)=307,(7)$$

Bezpowrotna strata społeczna:

$$BSS=2178+272,25-(1894,54+236,82+307,(7))=11,11$$

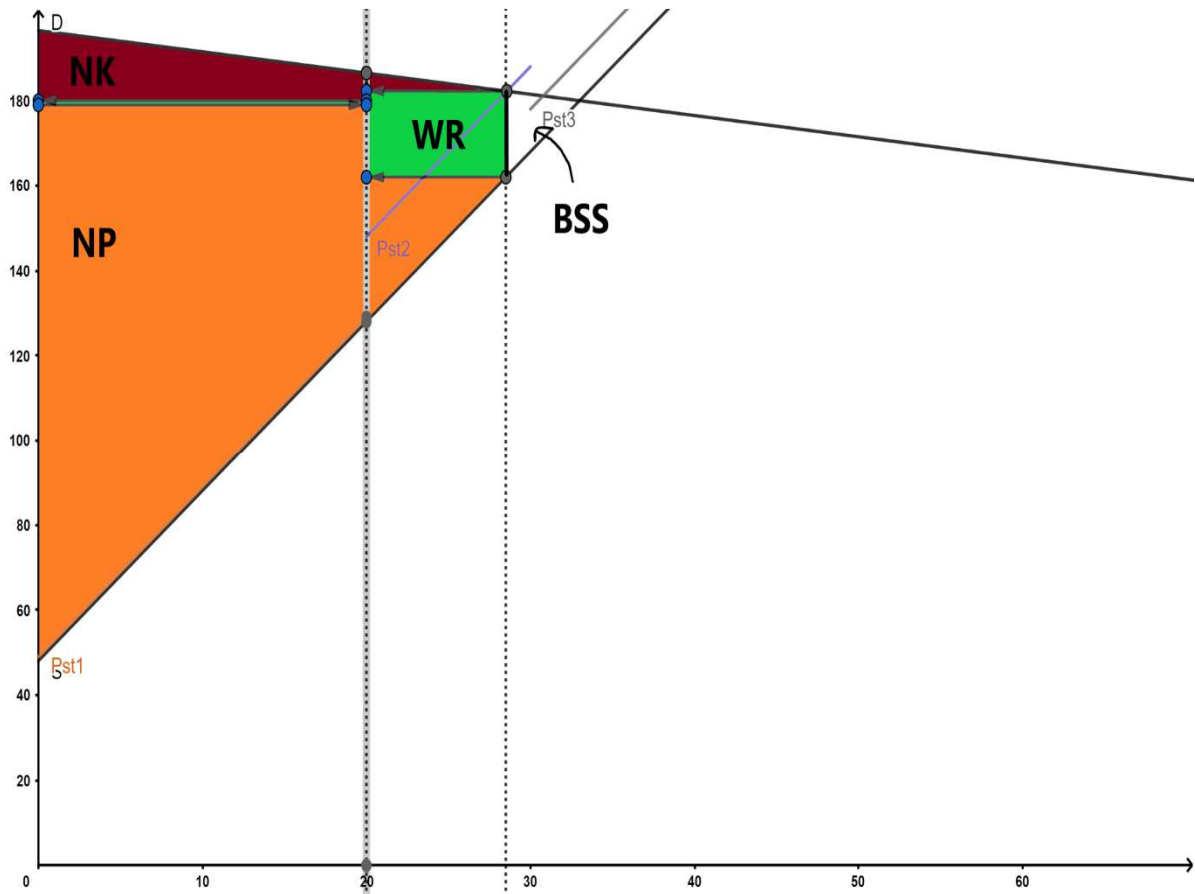
lub z analitycznego wzoru na pole trójkąta przy użyciu wyznacznika:

$$BSS=0,5*|(30,(7)-33)*(171,(1)-180)-(181,(1)-180)*(30,(7)-33)|=11,11$$

Wniosek: konsumenci i producenci wybiorą E2, a rząd na tym straci w porównaniu z E1.

Opcja 2:

Równowaga jest identyczna jak dla Opcji 1, ale sposób naliczania podatku jest inny. To oznacza, że BSS i NK nie zmieniają się, lecz NP wzrośnie, a WR spadnie.



Wniosek: opcja 1 daje większe wpływy rządowe, czyli rząd nie zgodzi się na opcje 2.

MONOPOL:

Bez podatku:

$$TR = P_d \cdot q = (196,5 - 0,5q)q \rightarrow MR = 196,5 - q$$

$$MC = P_s = 4q + 48$$

$$MR = MC \rightarrow 196,5 - q = 4q + 48$$

$$q^*_M = 148,5/5 = \mathbf{29,7}$$

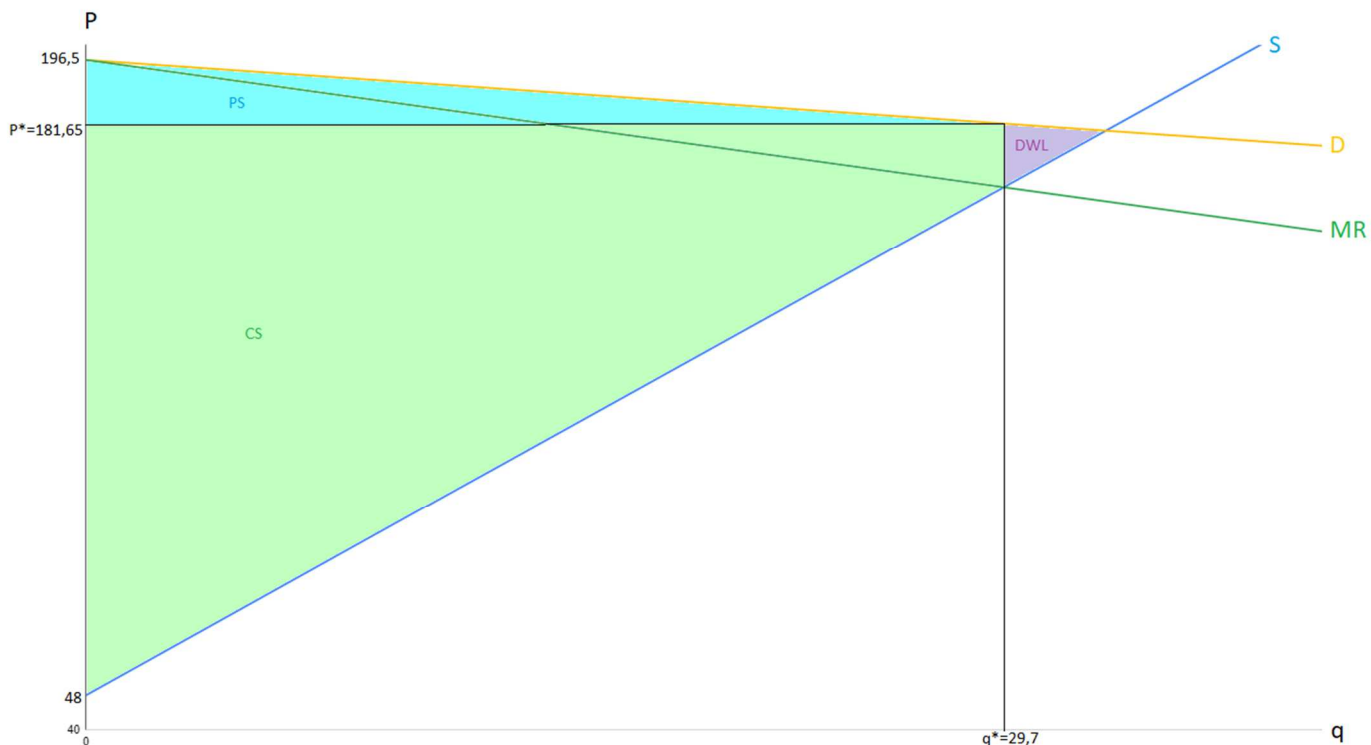
$$P^*_M = \mathbf{181,65} = P_d = P_s$$

$$\text{Nadwyżka konsumenta: } \mathbf{CS_M} = (196,5 - 181,65) \cdot 29,7/2 = \mathbf{220,5225}$$

Nadwyżka producenta (w monopolu to zysk monopolisty, czyli $P^*q - TC$):

$$\mathbf{PS_M} = [(181,65 - 48) + (181,65 - 166,8)] \cdot 29,7/2 = \mathbf{2\ 205,23}$$

$$\mathbf{DWL_M} = (181,65 - 166,8) \cdot (33 - 29,7) \cdot 0,5 = \mathbf{24,5}$$



Z podatkiem:

W przypadku wprowadzenia podatku od ilości $T = tq$ zachodzi: $P_d = P_s + t \Rightarrow$ dla każdego q będzie to podatek od każdej sprzedanej sztuki $P_d = P_s + T/q = P_{si}$, gdzie $i = 1, 2, 3$

Nowa odwrotna funkcja podaży:

$$P_{st} = \{4q + 49 \text{ dla } 0 < q \leq 20 \quad 4q + 68 \text{ dla } 20 < q \leq 30 \quad 4q + 58 \text{ dla } 30 < q < \infty \}$$

gdzie $P_{S1} = 48 + 4q + \mathbf{1} = 49 + 4q$

$$P_{S2} = 48 + 4q + \mathbf{20} = 68 + 4q$$

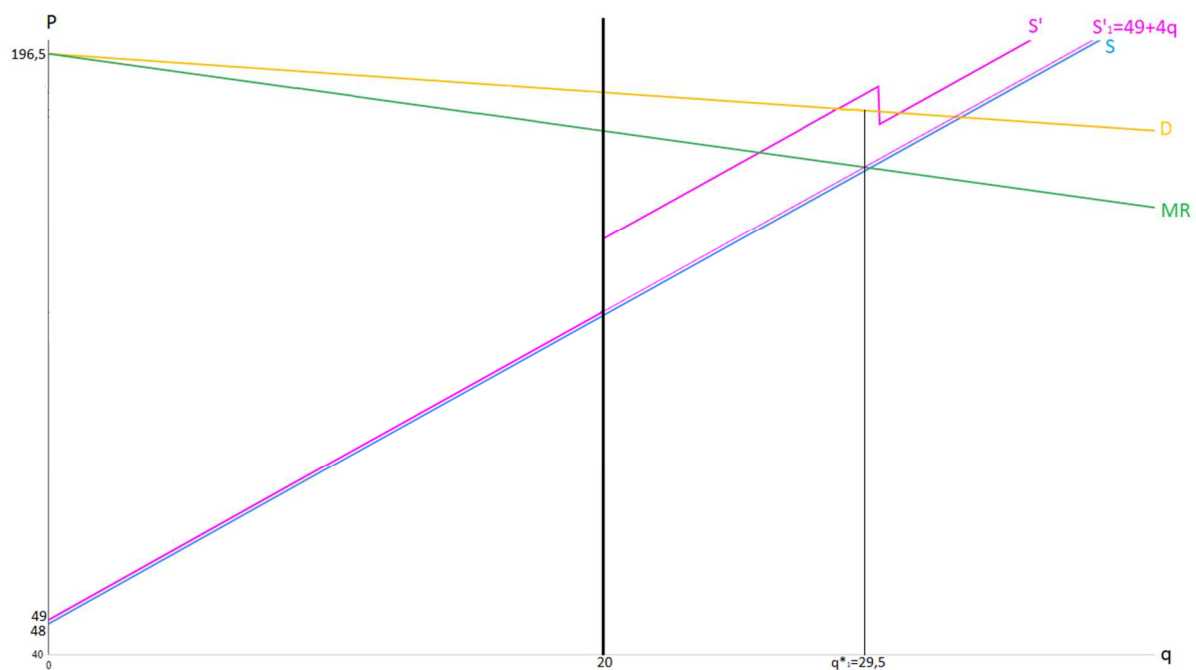
$$P_{S3} = 48 + 4q + \mathbf{10} = 58 + 4q$$

1. $q \in (0;20)$, $T = 1q$

$$\pi = TR - (TC + T \cdot q) = TR - TC_{T1}$$

Krzywa MR nie ulega zmianie, a $MC_{T1} = P_{S1}$ (gdzie $P_{S1} = P_M + T/q$)

$MR = MC_{T1} \rightarrow 196,5 - q = 49 + 4q \rightarrow q^*_1 = 29,5 \Rightarrow$ poza przedziałem \Rightarrow brak równowagi, więc nie dojdzie do transakcji, a także nie będzie z czego pobierać podatku.



2. $q \in (20;30)$, $T = 20q$

Nowa odwrotna funkcja podaży wyznacza wielkość produkcji: $P_{S2} = 48 + 4q + 20 = 68 + 4q$

$$\pi = TR - (TC + T \cdot q) = TR - TC_{T2}$$

Krzywa MR nie ulega zmianie, a $MC_{T2} = P_{S2}$ (gdzie $P_{S2} = P_M + T/q$)

$$MR = MC_{T2} \rightarrow 196,5 - q = 68 + 4q \rightarrow q^*_2 = 25,7, \text{ czyli } \Delta q = 25,7 - 29,7 = -4$$

$$P_{d2} = 196,5 - 25,7 \cdot 0,5 = 183,65, \quad \text{czyli } \Delta P_d = 183,65 - 181,65 = 2$$

$$P_{S2} = P_{d2} - T = 183,65 - 20 = 163,65, \text{ czyli } \Delta P_S = 163,65 - 181,65 = -18$$

$$CS_2 = (186,5 - 183,65) \cdot 25,7 \cdot 0,5 = 36,6225$$

$$\Delta CS = 36,6225 - 220,5225 = -183,9$$

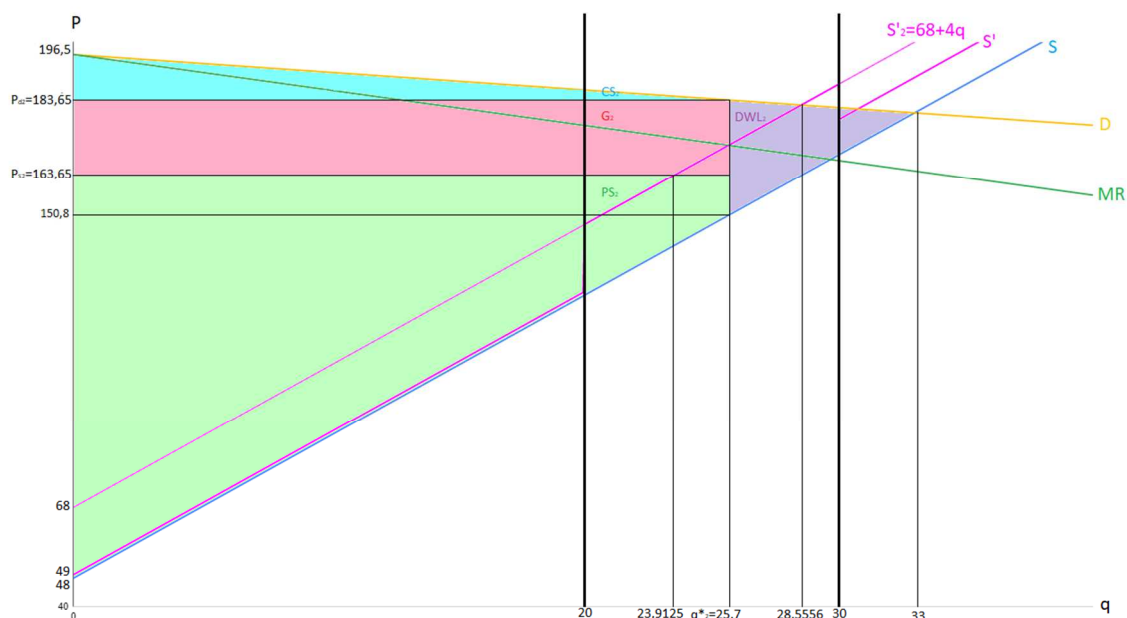
$$PS_2 = 25,7 \cdot (163,65 - 150,8 + 163,65 - 48) \cdot 0,5 = 1651,225$$

$$\Delta PS = 1651,225 - 2205,23 = -544,005$$

$$G_2 = 25,7 \cdot (183,65 - 163,65) = 514$$

$$DWL_2 = 0,5 \cdot (183,65 - 150,8) \cdot (33 - 25,7) = 119,9025$$

$$\Delta DWL = 119,9025 - 24,5 = 95,4025$$



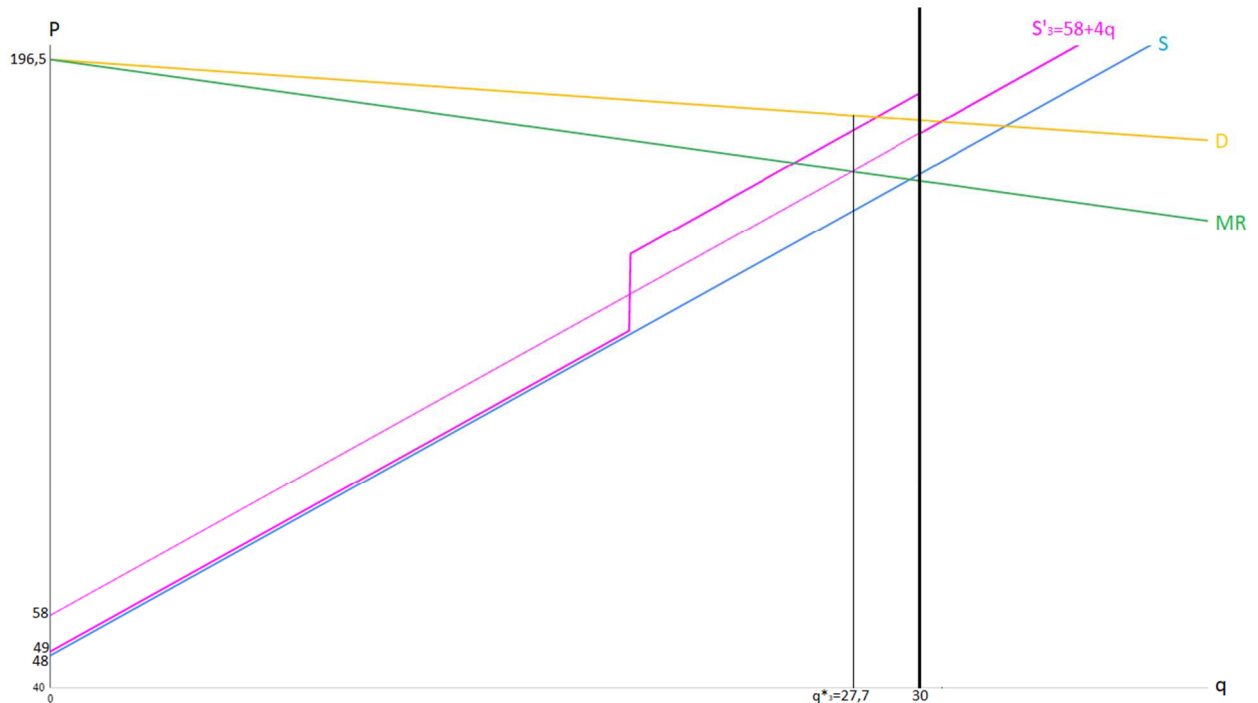
3. $q \in (30; + \infty)$, $T = 10q$

Nowa odwrotna funkcja podaży wyznacza wielkość produkcji: $P_{S3} = 48 + 4q + 10 = 58 + 4q$

$$\pi = TR - (TC + T \cdot q) = TR - TC_{T3}$$

Krzywa MR nie ulega zmianie, a $MC_{T3} = P_{S3}$ (gdzie $P_{S3} = P_M + T/q$)

$MR = MC_{T3} \rightarrow 196,5 - q = 58 + 4q \rightarrow q^* = 27,7$, czyli $\Delta q = 27,5 - 29,7 = -2 \Rightarrow$ poza przedziałem
 \Rightarrow brak równowagi, więc nie dojdzie do transakcji, a także nie będzie z czego pobierać podatku.



Podsumowanie:

Monopolista wybierze drugi przedział mimo najwyższej stawki podatku, gdyż nadmiar produkcji (trzeci przedział) zmniejszy jego zyski bardziej niż większy podatek (drugi przedział). Z kolei pierwszy przedział podatkowy nie pozwala monopolistcie zrównać MR z MC.

Konsumenci stracą mniej niż producenci, ponieważ ciężar opodatkowania zależy jedynie od elastyczności krzywych popytu i podaży w punkcie równowagi. Ten, kto jest bardziej elastyczny, płaci mniej podatku. Bardziej elastyczna jest krzywa popytu ($Q_d(P) = 393 - 2P$), dla której cenowa elastyczność wynosi:

$$\varepsilon_d = -2 * \frac{183,65}{25,7} = -14,29$$

Cenowa elastyczność krzywej podaży $Q_s(P) = \frac{P}{4} - \frac{68}{4}$ wynosi:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{4} * \frac{183,65}{25,7} = 1,79$$

Zatem w przedziale $q \in (20;30)$

$$\text{procent podatku ponoszony przez konsumentów} = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d} = \frac{1,79}{1,79 + 14,29} = 11,13\%$$

$$\text{procent podatku ponoszony przez producentów} = \frac{-\varepsilon_d}{\varepsilon_s - \varepsilon_d} = \frac{-(14,29)}{1,79 + 14,29} = 88,87\%$$