Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Michał Artymiak Bartosz Frączak Tomasz Lewandowski

Czy rozbudowa warszawskiego metra przyniesie wzrost dobrobytu społecznego?

Praca przygotowana
na konwersatorium „Mikroekonomia III” prowadzone przez dr hab. Olgę Kiuila

Warszawa, styczeń 2019

Słowa kluczowe: Metro, komunikacja miejska, Efektywność ekonomiczna inwestycji, transport, maksymalizacja użyteczności.

Wstęp

Odpowiadając na pytanie „Czy rozbudowa warszawskiego metra przyniesie wzrost dobrobytu społecznego?”, dokonaliśmy porównania przewidywanych kosztów, w zakresie budowy i utrzymania, oraz możliwych korzyści płynących z ewentualnej rozbudowy systemu metra warszawskiego o trzecią linię. Na podstawie danych na temat planów, problemów komunikacyjnych oraz innych informacji o komunikacji miejskiej i komunikacji ogólnie w Warszawie postaramy się wyciągnąć wnioski na temat powyższego tematu. W pracy posłużyliśmy się niżej wymienioną teorią.

1. Model

1. 1 Ogólny model komunikacji między dwoma miejscami

Niech A i B będą dwoma celami komunikacji. Pomiędzy A i B znajduję się sieć(zbiór) S: n możliwych sposobów podróży ponumerowanych od 1 do n.

$$I_i - natężenie\ ruchu\ w\ i - tym\ środku\ komunikacji$$
$$W = [I_1, I_2, \dots, I_n]$$
$$K_i(W) - koszt\ podróży\ \ i - tym\ sposobem\ w\ zależności\ od\ W$$
$$K(W) - minimalny\ koszt\ podróży\ między\ A\ i\ B\ spośród\ K_i(W)$$
$$I(k) - ilość\ chętnych\ do\ podróży\ między\ A\ i\ B\ w\ zależności\ od\ kosztu$$
$$I(k) - funkcja\ malejąca$$

Przy założeniu racjonalności podróżujących zawsze wybiorą oni drogę, dla której koszt podróży wynosi K(W). Wtedy zachowanie podróżnych w sieci S wyznaczają warunki:

$$K(W) = MIN(K_i(W))$$
$$I\big(K(W)\big) > 0\ w\ przeciwnym\ razie\ W = 0$$
$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = I(K(W))$$
$$\forall i \leq n\text{:}\ K_i(W) = \ K(W)\ w\ przeciwnym\ razie\ I_i = 0$$

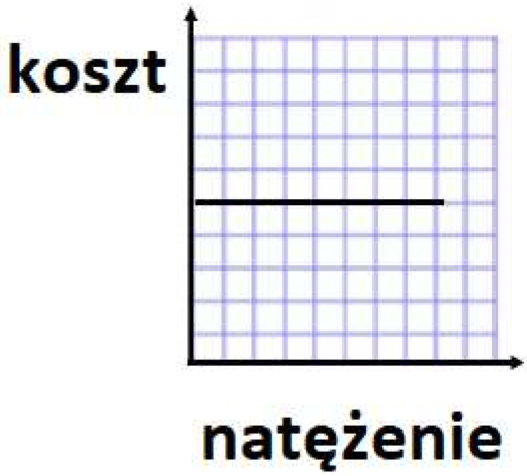
Zauważmy, że znalezienie $W > 0$ spełniającego powyższe warunki daje równowagę taką, że: jeśli $I_i > 0$ to $K(W) = K_i(W)$, jeśli $I_i = 0$ to $K_i(W) > K(W)$. Jeśli ponadto zachodzi $K(W) \leq K(W')\ dla\ każdego\ W'spełniającego\ zadane\ warunki\ to\ W$ jest optimum Pareto. Można przyjąć także I_i jako funkcje zależne od czasu (pory dnia) aby otrzymać model dynamiczny. Jednak w praktyce empiryczne znalezienie potrzebnych funkcji jest zbyt skomplikowane, dlatego w dalszej części pracy przedstawimy uproszczony model.

1. 2 Charakterystyka środków transportu w miastach

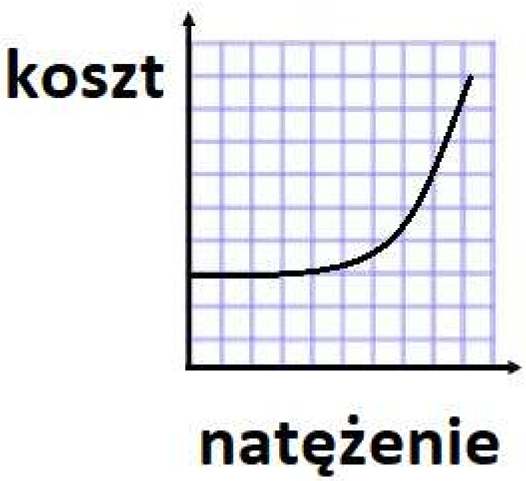
Środki transportu można podzielić na 2 główne kategorie ze względu na zależność między kosztem podróży na osobę (z A do B) a ilością podróżnych korzystający z nich. W koszt wliczamy koszt utraty czasu na podróż. Zakładamy, że koszt użycia środku transportu jest równy kosztowi utrzymania danego środka transportu na osobę.

Do kategorii I zaliczymy sposoby komunikacji którymi koszt podróży od natężenia jest niemalejący. W kategorii I można wyróżnić podkategorię: Ia w której koszt użycia sposobu w warunkach większości metropolii jest w przybliżeniu stały i Ib gdy jest rosnący. W kategorii II znajdą się sposoby komunikacji wydajne przestrzennie – komunikacja masowa – które cechuje pewna częstotliwość f oznaczająca stosunek ilości pojazdów na linii do czasu przebycia tej linii przez pojedynczy pojazd. Wzrost ilości pasażerów powoduje konieczność wzrostu ilości pojazdów co zwiększa f i sprawia, że czas oczekiwania na pojazd na linii spada dla każdego pasażera.

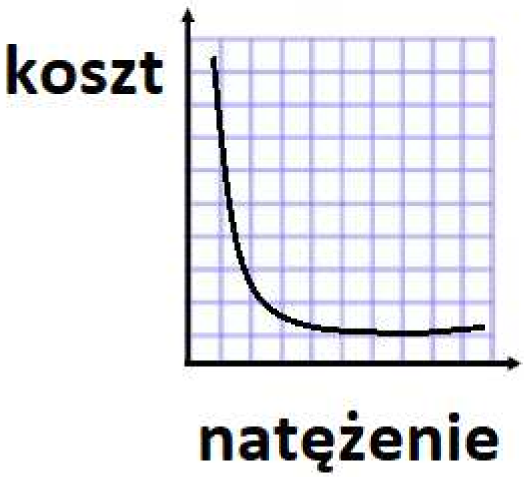
Kat Ia: Prywatne środki transportu jak: helikopter, łódź, rower, hulajnoga, koń, własne nogi. Koszt podróży na osobę jest stały i wzrost osób przemieszczających się z A do B tym sposobem nie ma wpływu na czas komunikacji. Są to środki zajmujące przestrzennie małą częśc dostępnej drogi w stosunku do możliwych natężeń. Możliwa jest sytuacja, że te środki znajdą się w kategori Ib, jednak wymaga to mało pradopodobnych natężeń.



Kat Ib: Samochód osobowy, czołg, skuter (w Polsce Ia) oraz wszystkie pojazdy lądowe mogące pomieścić niewiele osób w stosunku do zajmowanej przestrzeni. W tej kategorii koszt podróży danym środkiem między A i B jest w przybliżeniu stały jednak wraz ze wzrostem osób korzystających z nich na drogach wzrasta czas podróży z A do B.



Kat II: Autobus, tramwaj, metro - komunikacja miejska - wysoka wydajność przestrzenna. Koszt podróży na osobę początkowo spada ze względu na zmniejszenie czasu oczekiwania przez większą częstotliwość pojazdów na linii oraz ogólny podział kosztów stałych utrzymania linii między pasażerów. Od pewnej ilości podróżujących koszt jest w przybliżeniu stały, następnie dla bardzo dużej liczby pasażerów ilość pojazdów na linii zaczyna wpływać na ich prędkość co zwiększa czas podróży (dla autobusów/tramwajów przy znacznie mniejszej liczbie pasażerów niż dla metra).



Ponadto poza tymi kategoriami środki transportu charakteryzuje zależność kosztu podróży na osobę a ilością użytkowników innych środków transportu. Koszt środków jak metro, helikopter czy podróży piechotą jest niezależny. Natomiast środki transportu jak tramwaj, autobus, samochód są zależne od siebie, jednak wiodącą rolę w zwiększaniu kosztów innych środków stanowi ilość użytkowników samochodów osobowych.

1.3 Szczególny model komunikacji między dwoma miejscami

Niech A i B będą celami podróży. Przed budową metra zakładamy istnienie dokładnie dwóch sposobów komunikacji między A i B – dla n sposobów wnioski i rozumowanie są podobne. Pierwszy sposób to podróż samochodem ustaloną drogą a drugi to podróż autobusem/tramwajem na tej samej trasie. Celem modelu jest wyjaśnienie wpływu i opłacalności budowy metra na komunikację między A i B.

Zmienne endogeniczne:

$$I_1, I_2 - ilość\ podróżujących\ sposobem\ numer\ 1\ i\ 2$$

$$I_3 - natężenie\ ruchu\ w\ metrze$$

$$b - cena\ biletu\ w\ metrze$$

Zmienne egzogeniczne:

$$I - natężenie\ ruchu\ między\ A\ i\ B$$

$$k_1, k_2 - koszt\ stały\ przezbycia\ sposobem\ 1,2$$

$$T_3 - czas\ podróży\ metrem\ między\ A\ i\ B$$
$$P - koszt\ budowy\ metra$$

Niech dane będą:

$T_1(I), T_2(I) - funkcje\ czasu\ przebycia\ trasy\ sposobem$ 1,2 $w\ zależności$ od natężenia ruchu, $T_1(I), T_2(I)$ $są$ $funkcjami\ rosnącymi, dodatnimi$ i nieograniczonymi
$k_3(I_3) - funkcja\ kosztu\ utrzymania\ metra$ na 1 pasażera, k_3 malejąca i ograniczona
$K(t) - funkcja\ liniowa\ kosztu\ utraty(spędzenia\ w\ podróży)\ t\ czasu$ $(a > 0)$

Zdefiniujmy:

$K(T_1(I)) + k_1$ - koszt podróży samochodem w zależności od natężenia ruchu
$K(T_2(I)) + k_2$ - koszt podróży komunikacją w zależności od natężenia ruchu
$K(T_3) + b$ – koszt podróży metrem

Początkowo zakładamy, że b = $k_3(I_3)$. Szukane niewiadome: I_1, I_2, I_3
W sytuacji pierwszej istnieje wyłącznie sposób 1 i 2 między A i B. Warunkiem równowagi Pareto jest jednakowy koszt całkowity podróży drogami 1 i 2 co daje układ 1) równań:

$$I = I_1 + I_2$$
$$K(T_1(I)) + k_1 = K(T_2(I)) + k_2$$

Powyższy układ ma dokładnie jedno rozwiązanie ($z\ własnoći\ T(I)$) lub nie posiada rozwiązania. Wtedy optimum to $I = I_1\ lub\ I = I_2$ – cały ruch skupia się na jednej drodze. Jest to jednak przypadek skrajny, gdy natężenie ruchu między A i B jest niewielkie w porównaniu do kosztu przebycia jednej z dróg (dla wystarczająco dużego I układ jest zawsze oznaczony).

W sytuacji drugiej zakładamy dodatkowo istnienie metra między A i B. Warunkiem równowagi jest wówczas jednakowy koszt podróży drogami 1 i 2 oraz metrem.
Układ 2)

$$I = I'_1 + I'_2 + I_3$$
$$K(T_1(I'_1 + I'_2)) + k_1 = K(T_2(I'_1 + I'_2)) + k_2$$

$$K(T_3) + b = K\big(T_1(I'_1 + I'_2)\big) + k_1 = K\big(T_2(I'_1 + I'_2)\big) + k_2$$

Powyższy układ ma dokładnie jedno rozwiązanie lub zero rozwiązań. Przypadki skrajne (brak rozwiązań) oznacza:

$a)\ I_3 = 0 <=> K(T_3) + k_3(I) > K\big(T_1(I)\big) + k_1\ lub\ K(T_3) + k_3(I) > K\big(T_2(I)\big) + k_2$

$b)\ I'_1 = 0\ lub\ I'_2 = 0$ - sytuacja upraszcza się do jednej drogi i metra

$c)\ I_3 = I <=> K(T_3) + k_3(I) < K\big(T_1(0)\big) + k_1\ oraz\ K(T_3) + k_3(I) < K\big(T_2(0)\big) + k_2$

Jeśli nie zachodzą warunki a), b) i c) to układ 2) ma rozwiązanie. Ponad to jeśli zachodzi d) $K(T_3) + \mathrm{MIN}(k_3) > K\big(T_1(0)\big) + k_1\ oraz\ K(T_3) + \mathrm{MIN}(k_3) > K\big(T_2(0)\big) + k_2$ to istnieje takie $I_{min} < I$, że dla każdego $I' > I_{min}$ układ 2) ma rozwiązanie. W dalszej części przyjmiemy, że a), b) oraz c) nie zachodzą natomiast d) zachodzi. A zatem 1) i 2) mają rozwiązania: I_1, I_2 oraz I_1', I_2', I_3, b.

Zauważmy, że $I'_1 < I_1\ oraz\ I'_2 < I_2$, więc w równowadze 2) koszt podróży dowolnym sposobem jest mniejszy niż w równowadze 1).

Warunkiem opłacalności metra jest dodatni zysk społeczny - π_S w wyniku różnicy kosztów podróży między równowagą 2) i 1) a kosztem budowy i utrzymania metra.

$$I * \Big(K\big(T_1(I_1)\big) + k_1 - K\big(T_1(I'_1)\big) - k_1\Big) - zysk\ społeczny\ ze\ zmniejszenia\ kosztów$$

Ponieważ koszt podróży w równowadze Pareto w 1) większy niż w 2) to

$$Z = I * \Big(K\big(T_1(I_1 + I_2)\big) - K\big(T_1(I'_1 + I_2')\big)\Big) - k_3(I_3) * I_3 > 0$$

Przy założeniu stałego I mierzonego w czasie t:

$$\pi_S = T/t * Z - P$$

Gdzie T to czas istnienia metra. Ponieważ P to stała to $\pi_S > 0$ dla pewnego T. A zatem o ile nie zachodzi $I_3 = 0$ po pewnym czasie metro powoduje dodatni zysk społeczny. Uogólniając

dowolna droga spowoduje dodatni zysk społeczny o ile natężenie ruchu po jej budowie jest niezerowe – nowa droga jest konkurencyjna do starych – chyba, że zanim droga się opłaci, powstania inna, bezkonkurencyjna.
Zauważmy, że jeśli społecznie opłaci się wybudować metro między A i B to spadnie koszt podroży między A i B. To spowoduje, że pewnej części podróżnych zacznie opłacać się poruszać między A i B czego skutkiem będzie wzrost $I\ o\ pewne\ \Delta I$. Ponieważ koszt metra maleje wraz z ilością pasażerów a dróg rośnie to I_3 wzrośnie o ΔI oraz dodatkową część kierowców z dróg 1 i 2 zanim zostanie osiągnięta nowa równowaga – z mniejszym kosztem podróży. Wtedy analogicznie znowu części osób opłaci się komunikować między A i B. Więc ostateczna równowaga zostanie osiągnięta dla I'_3 gdy nie będzie już dodatkowego chętnego na zakup biletu w cenie $k_3(I'_3 + 1)$. Więc budowa metra spowoduje większy niż wynikający z 2) zysk społeczny.

Załóżmy teraz, że metro zostało zbudowane przez podmiot maksymalizujący własne zyski $\pi = I_3 * (b - k_3(I_3))$. Punkt równowagi wyznacza układ:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$
$$K\big(T_1(I_1 + I_2)\big) + k_1 = K\big(T_2(I_1 + I_2)\big) + k_2$$
$$K(T_3) + b = K\big(T_1(I_1 + I_2)\big) + k_1\ lub\ K\big(T_2(I_1 + I_2)\big) + k_2$$
$$b - k_3(I_3) + I_3 * \frac{dk_3}{dI_3} = 0$$

2. Zastosowanie modelu dla miasta Warszawy i planu III linii metra.

W modelu postanowiliśmy wykorzystać dane o jednym dniu roboczym. Analizujemy odcinek od A do B, gdzie A będzie „środkiem ciężkości” Pragi Południe, który ustaliliśmy jako przystanek autobusowy Poligonowa na ulicy Ostrobramskiej, a punkt B to ścisłe centrum dobrze skomunikowane z II linią metra, czyli Metro Świętokrzyska.
Do uzyskania I, czyli ogólnej liczby podróżnych posłużyliśmy się liczbą mieszkańców Pragi Południe. Może być to dobre przybliżenie, ponieważ w dniu roboczym wykonywanych jest w Warszawie 2,8 milionów podróży, które przekraczają kordon centrum Warszawy, czyli w pewnym przybliżeniu jest to jedna podróż na mieszkańca Warszawy. Koszt stały podróży samochodem to obliczona cena paliwa na analizowanym przez nas odcinku dla przeciętnego

miejskiego samochodu spalającego 7 litrów paliwa na kilometr i ceny paliwa 5 zł. Stały koszt podróży to po prostu połowa dobowego kosztu biletu miesięcznego dla dorosłej osoby bez ulg, czyli 110 zł miesięcznie. Stały czas podróży metrem to suma dwóch składników. Pierwszy to suma przewidywanej prędkości komunikacyjnej na III linii metra przemnożonej przez 3,2 km, czyli połowę planowanej trasy (połowę, aby uwzględnić tu znów jakiś komunikacyjny środek), oraz 2 minut na przesiadkę i dalej 5 minut podróży ze stadionu narodowego już istniejącą II linią metra. Drugi składnik czasu podróży metrem to spacer do stacji metra, który z przybliżeniem określiliśmy na 10 minut. Aby obliczyć tą wartość posłużyliśmy się średnimi odległościami planowanych stacji metra od osiedli Pragi Południe, zmierzonymi przy pomocy Google Maps. Do wyznaczenia funkcji czasu podróży dla samochodu oraz dla autobusu posłużyliśmy się również danymi z map Google oraz rozkładami jazdy autobusów jeżdżących tą trasą. Do uzyskania funkcji k_3(I) znaleźliśmy koszt przebycia jednego składu metra z punktu A do B, wynosi on 100 zł, podzieliliśmy go następnie na liczbę ludzi mieszczących się w jednym składzie. Zakładamy tutaj, że każdy skład jest idealnie pełny. Na funkcję składa się również przeciętne dzienne utrzymanie metra podzielone przez ogólną liczbę ludzi podróżujących. K(t), czyli koszt utraconego czasu w minutach to funkcja uzyskana przy pomocy danych GUS na temat przeciętnego dochodu Warszawiaka, miesięczną kwotę podzieliliśmy przez liczbę minut pracy w pełnym etacie. Koszt budowy III linii metra to pomnożona przez długość linii, średnia cena za kilometr rozbudowy drugiej linii metra.
Podstawiając otrzymane dane dostajemy takie wyniki w modelu:

$$I = 170\,000,\ k_1 = 3\,zł, k_2 = 1{,}85zł, T_3 = 22\,min,$$
$$T_1(I - tysiacach) = 8{,}8 + 1{,}2 * e^{0{,}02I}\ min\ \ T_2(I) = 24\,min,$$
$$k_3(I) = \frac{100zł}{1470} + \frac{125\,000zł}{I}, K(t - w\ minutach) = 0{,}6zł * t$$
$$P = 2\,000\,000\,000$$

$$170\,000 = I_1 + I_2$$
$$0{,}6 * \left(8{,}8 + 1{,}2 * e^{0{,}02(I_1)}\ \right) + 3 = 0{,}6 * (24 + 1{,}85)$$

Rozwiązanie (przybliżone) : $I_1 = 120\,210, I_2 = 49\,790$

$$170\,000 = I_1 + I_2 + I_3$$
$$0{,}6 * \left(8{,}8 + 1{,}2 * e^{0{,}02(I_1)}\ \right) + 3 = 0{,}6 * (24 + 1{,}85)$$

$$22 * 0,6 + \frac{100zł}{1470} + \frac{125\,000zł}{I_3} = 0,6 * (8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02I_1}\ ) + 3$$

Równanie sprzeczne, $I_2 = 0$ (metro bardziej opłacalne od autobusu – należy zlikwidować buspas w razie budowy metra).

$$170\,000 = I_1 + I_3$$

$$22 * 0,6 + \frac{100zł}{1470} + \frac{125\,000zł}{I_3} = 0,6 * (8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02I_1}\ ) + 3$$

$$I_3 = 62\,434, I_1 = 107\,566, b = 2,07\ zł$$

$$Z = 170000 * 0,6 * \left(0,6 * \left(8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02(120\,210)}\ \right) - \ (8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02(107\,566)})\ \right)$$
$$= 302\,600\ zł$$

$$\pi_S =\ T * 302\,600 * -2\,000\,000\,000$$

Metro opłacalne po T = 6609 dni

W przypadku, gdy właściciel metra dowolnie ustala cenę biletu doliczy do niej jak największe x marży takie, że:

$$170\,000 = I_1 + I_3$$

$$22 * 0,6 + \frac{100zł}{1470} + \frac{125\,000zł}{I_3} + x = 0,6 * (8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02I_1}\ ) + 3$$

$$MAX\left(\ 0,6 * (8,8\ +\ 1,2 * e^{0,02I_1}\ ) + 3 - 22 * 0,6 - \frac{100zł}{1470} - \frac{125\,000zł}{170\,000 - I_1}\right) w\ 115\,772$$

$$I_1 = 115\,772, I_3 = 54228, b = 2,37zł$$

Podsumowanie

Analiza za pomocą przedstawionego modelu wykazuje, iż metro powinno zwrócić społeczeństwu koszty swojej budowy po około 18 latach od zakończenia inwestycji. Pokazała także, że w przypadku budowy metra można spodziewać się odpływu pasażerów z innych środków komunikacji jak na przykład autobusy, ze względu na ich mniejszą konkurencyjność. Uprzywilejowywanie autobusów poprzez nadanie im odrębnego pasa ruchu, jak ma to obecnie miejsce, mogło by stać się w tej sytuacji zbyteczne. Nie sposób przewidzieć w jaki sposób mieszkańcy korzystaliby z zaoszczędzonego czasu, jednakże pewne jest to, iż znajdowałby się on w ich dyspozycji, co można określić jako zysk społeczny lub wzrost dobrobytu.

Bibliografia

Ciesielski Marek, *Koszty kongestii transportowej w miastach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań, 1986.

Hantz Kazimierz, Jerzy Blancard, *Oszczędne metro w Warszawie*, Warszawa, Podkomitet Budownictwa Podziemnego, 2007

Kelles-Krauz Michał, *Czynniki ekonomiczne i organizacyjne racjonalizacji komunikacji miejskiej*, Wydawnictwo BOG&ART., Kajetanów, 1998.

Mirosław Michał, Józef Suda, *Analiza trzeciej linii metra w Warszawie*, Politechnika Warszawska – Wydział Transportu, 2015

Urbanowicz Witold, *Warszawa: W kolejnej perspektywie po 2020 r. metro na Mory i Gocław*, Warszawa, Transport Publiczny, 2015

Strategia zrównoważonego rozwoju systemu transportowego Warszawy do 2015 roku i na lata kolejne, Biuro Drogownictwa i Komunikacji Urzędu m.st. Warszawy, Miasto Stołeczne Warszawa, Warszawa, 2010

Raport roczny 2017 – Metro Warszawskie sp. z o. o. - https://www.metro.waw.pl/pliki/PDFy/Raport2017.pdf [Dostęp 12.01.2019]

Aneks

Strona internetowa Metra Warszawskiego - https://www.metro.waw.pl/ [Dostęp 12.01.2019]

Google Maps - https://www.google.pl/maps [Dostęp 12.01.2019]

https://pl.wikipedia.org/wiki/Linia_M2_metra_w_Warszawie [Dostęp 12.01.2019]

https://pl.wikipedia.org/wiki/Linia_M3_metra_w_Warszawie [Dostęp 12.01.2019]

Strona GUS - http://stat.gov.pl/ [Dostęp 12.01.2019]