

LEKCJA 1

WPROWADZENIE

TG powstała w 1944 roku od momentu publikacji J. von Neumanna & O. Morgensterna „The theory of Games and Economic Behavior”.

Teoria gier – nauka o zachowaniach w sytuacji konfliktu i kooperacji. Dziedzina ta korzysta z metod matematycznych, a czerpie swoje inspiracje z obserwacji zjawisk ekonomicznych i społecznych.

Nazwa „teoria gier” jest bardzo myląca (wielu ludzi kojarzy tą dziedzinę z szachami, brydżem albo pokerem). TG jest wykorzystywana do opisu i analizy interakcji między ludźmi, firmami, państwami, grupami społecznymi oraz organizmami biologicznymi.

Zastosowania TG można znaleźć w ekonomii, socjologii, naukach politycznych, stosunkach międzynarodowych, biologii, naukach wojskowych, informatyce, gdyż TG jest najbardziej skutecznym i wszechstronnym zestawem narzędzi (matematycznych) we współczesnych naukach, zwłaszcza społecznych. W przypadku ekonomii TG stosuje się do analizy rynków oligopolistycznych, problemu aukcji i przetargu, zachowania firm na rynku czynników produkcji, konkurencji wewnątrz firmy o rzadkie zasoby, konkurencji międzynarodowej (taryfy celne, ograniczenia, itd.), inne.

W teorii gier mamy do czynienia z graczami, których działanie bezpośrednio wpływa na wynik gry. Wynik gry jest to zysk lub użyteczność. Działanie jednych wpływa na zysk lub użyteczność innych agentów ekonomicznych. Jednym z podstawowych problemów w teorii gier jest zrozumienie strategii przeciwnika. Przykład: o żonach matematyków

Każda gra powinna zawierać:

1. zbiór racjonalnych graczy $G_i = G_1, \dots, G_n$; czyli wyszczególnienie uczestników gry (co najmniej 2 graczy)
2. zbiór strategii dostępnych każdemu graczowi S_i , czyli wyszczególnienie możliwości postępowania każdego gracza
3. zbiór reguł gry, czyli (i) sposób rozgrywania gry w czasie oraz (ii) opis dostępnej każdemu graczowi informacji w momencie podejmowania działania

4. funkcję wypłat reprezentującej preferencje graczy $U_i(s)$, czyli możliwie precyzyjne określenie celów do których gracze dążą

Racjonalny gracz \Rightarrow posiada dowolnie duże zdolności obliczeniowe
 \Rightarrow ma doskonałą pamięć
 \Rightarrow używa strategii dominującej
 \Rightarrow im większa wypłata, tym lepiej

Wypłaty określają wartość wyniku gry dla poszczególnych graczy. TG bada jak gracze powinni racjonalnie rozgrywać grę. Każdy z nich powinien dążyć do takiego jej zakończenia, które daje mu możliwie najwyższą wypłatę. Gracz wpływa na przebieg gry wybierając swoją strategię. Ostateczny wynik zależy od decyzji wszystkich uczestników gry.

Podstawowe rodzaje gier (Ad.3, czyli zbiory reguł gier):

- (1) **Styczne (jednoczesne)** – gracze podejmują decyzje jednocześnie i niezależnie od siebie / **Dynamiczne (sekwencyjne)** – gra rozgrywana sekwencyjnie przez graczy w ustalonej kolejności
- (2a) z **Pełną (kompletną) informacją** – gracze znają zbiory strategii pozostałych graczy oraz ich funkcje wypłat (poza swoim zbiorem strategii i swojej funkcji wypłat)/ z **Niepełną informacją** o wypłatach przeciwnika
- (2b) z **Doskonałą informacją** – gracze znają całą historię dotychczasowej rozgrywki przed wykonaniem swojego ruchu / z **Niedoskonałą informacją** o dotychczasowej historii gry
- (3) kooperacyjne / niekooperacyjne
- (4) jednorazowe / powtarzalne
- (5) dwuosobowe / wieloosobowe
- (6) o **Sumie zerowej** - niezależnie od wybranych strategii, to co wygrał jeden z graczy, drugi musi przegrać. / o **Sumie niezerowej** – jeżeli warunek gry o sumie zerowej nie jest zachowany (np. możliwe jest że wszyscy gracze zyskują w wyniku rozgrywki)

GRY STATYCZNE Z KOMPLETNĄ INFORMACJĄ

Gry statyczne najłatwiej jest przedstawić w postaci macierzy wypłat. Tak przedstawioną grę nazywamy grą w postaci normalnej. Macierz wypłat zawiera wartości wypłat dla wszystkich możliwych kombinacji strategii obu graczy.

Przykład: Dylemat Więźnia

Wszystkie strategie są równe, ale niektóre są równiejsze.



Strategia (ściśle) dominująca – strategia zapewniająca najlepszy wynik niezależnie od wyboru strategii partnera gry

Strategia słabo dominująca - strategia zapewniająca taką samą wypłatę przeciw jakiejś strategii innych graczy

Strategia (ściśle) zdominowana - strategia B jest bezpośrednio zdominowana przez strategię A jeżeli dla każdej dostępnej kombinacji strategii innego gracza, funkcja wypłat gracza przy przyjęciu strategii B jest mniejsza niż funkcja wypłat przy przyjęciu strategii A

Metoda iteracyjnej eliminacji ściśle zdominowanych strategii zakłada **powszechną (wspólną) wiedzę** na temat racjonalności graczy:

- wszyscy gracze są racjonalni
- wszyscy gracze wiedzą o tym
- wszyscy gracze wiedzą że wszyscy gracze wiedzą że wszyscy gracze są racjonalni (czyli gracz G_1 wie że gracz G_2 wie że ... gracz G_{n-1} wie że gracz G_n jest racjonalny)

Najlepsza odpowiedź – strategia, która daje graczowi najwyższą wypłatę w zbiorze dostępnych mu strategii

Równowaga Nasha – jeśli dla każdego gracza jego strategia s_i^* jest najlepszą odpowiedzią na strategię wybrane przez pozostałych graczy, to zbiór wszystkich strategii $s^*=(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$ stanowi równowagę (czyli przy strategiach innych graczy nie mają powodu by zmieniać swą strategię).

Własności równowagi Nasha:

- strategia dominująca jest również strategią Nasha, ale nie odwrotnie.
- równowaga Nasha może nie być jednoznaczna (w większości gier problemem jest nadmiar równowag Nasha)
- w równowadze Nasha może nie być osiągnięte optimum Pareto
- każda gra skończona ma przynajmniej jedną równowagę Nasha

W grze może wystąpić kilka równowag. W takim przypadku gracze powinni wybrać równowagę dominującą ze względu na wypłaty (czyli tę w której wszyscy mają najwyższe wypłaty).

Zastosowanie metody Nash'a w zależności od cechy gry:

Gry	<i>pełna (kompletna) informacja</i>	<i>niepełna informacja</i>
<i>statyczne</i>	równowaga Nasha	Bayesowska równowaga Nasha
<i>dynamiczne</i>	doskonała równowaga Nasha w podgrach	doskonała równowaga Nasha