
Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLVII Egzamin dla Aktuariuszy z 6 października 2008 r.

Część I

Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Kredytobiorca otrzyma od banku kredyt w 6 transzach, płatnych na początku roku w odstępach 3 letnich. Wysokość pierwszej transzy wyniesie 100 000, a każda kolejna transza będzie mniejsza od poprzedniej o ustaloną liczbę R .

Każda transza kredytu spłacana jest, począwszy od momentu jej otrzymania, w postaci renty o równych płatnościach na koniec kolejnych lat. W przypadku każdej z powyższych rent ostatnia rata jest płatna na koniec roku, który kończy 25 letni okres czasu, który zaczął się w momencie otrzymania pierwszej transzy kredytu.

Wyznacz wartość R (podaj najbliższą wartość), jeżeli wiadomo, że całkowite zadłużenie kredytobiorcy po 20 latach od otrzymania pierwszej transzy kredytu (po zapłaceniu rat wymaganych w tym terminie) wynosi 200 000, a roczna stopa procentowa jest równa 5%.

- A) 5 000
- B) 6 000
- C) 7 000
- D) 8 000
- E) 9 000

2. Spółkom A i B zaproponowano następujące roczne stopy oprocentowania kredytu w wysokości 1 mln PLN:

Spółka	Oprocentowanie stałe	Oprocentowanie zmienne
A	19.00%	WIBOR + 0.15%
B	21.25%	WIBOR + 0.9%

Pierwotnie spółka A otrzymała kredyt z oprocentowaniem stałym, a B z oprocentowaniem zmiennym. Jednak spółka A potrzebuje kredytu o stopie zmiennej, podczas gdy spółka B o stopie stałej.

Zaprojektowano procentowy kontrakt SWAP (kontrakt zamiany strumieni płatności) z udziałem instytucji finansowej, w ramach którego instytucja ta zyskała na transakcjach 0.5% rocznie, zaś dla obu spółek kontrakt jest jednakowo atrakcyjny.

Ile wyniesie stała stopa procentowa płacona przez spółkę B w wyniku całościowego rozliczenia?

- A) 18.90%
- B) 19.00%
- C) 20.35 %
- D) 20.75%
- E) 21.25%

3. Zasady działania funduszu oszczędnościowo-rozliczeniowego są następujące:

- pierwsza wpłata dokonana na początku pierwszego roku działalności funduszu wynosi 50 000,
- na początku każdego roku, począwszy od drugiego roku działalności, dokonywana jest wpłata do funduszu w wysokości 2 000,
- na końcu każdego roku (również pierwszego) dokonywana jest wypłata w wysokości 25% aktualnego stanu funduszu,
- stopa procentowa funduszu wynosi 6%.

Wyznacz łączną kwotę wypłaconą z funduszu w okresie od początku 9 roku do końca 25 roku działalności funduszu (podaj najbliższą wartość).

- A) 51 580
- B) 51 780
- C) 52 080
- D) 52 380
- E) 52 580

4. Portfel aktywów zakładu ubezpieczeń na życie składa się z trzech instrumentów: instrument A z udziałem 30%, instrument B z udziałem 30%, instrument C z udziałem 40%. Strategia inwestycyjna zakłada utrzymanie tej alokacji w horyzoncie najbliższych 2 lat. Dla potrzeb wyceny portfela zakłada się 4 scenariusze rozwoju rynku finansowego. Rozpatrując horyzont 2 lat założenia te przedstawiają się następująco:

Symulacja	Instrument	Stopy zwrotu	
		R(0, 1)	R(1, 2)
1	Instrument A	5.0	7.0
	Instrument B	6.0	4.0
	Instrument C	10.0	12.0
2	Instrument A	12.0	10.0
	Instrument B	23.0	17.0
	Instrument C	1.5	2.0
3	Instrument A	13.0	8.0
	Instrument B	18.0	14.0
	Instrument C	10.0	2.0
4	Instrument A	3.0	1.0
	Instrument B	12.0	8.0
	Instrument C	2.0	5.0

$R(s,t)$ jest stopą zwrotu z danego instrumentu w przedziale czasu od s do t . Zakładamy, że każda z czterech symulacji ma takie samo prawdopodobieństwo realizacji. Wolna od ryzyka roczna stopa dyskontowa jest stała w czasie i wynosi 5% w każdej symulacji. Zakład ubezpieczeń dzieli się zyskami z ubezpieczonymi przekazując część nadwyżki zrealizowanego zwrotu ponad techniczną stopę procentową. Wypłata świadczeń z tytułu udziału w zyskach na koniec roku t obliczana jest według wzoru:

$$PS_t = MR_t * 80\% * \max[R(t-1, t) - i, 0]$$

i – techniczna stopa procentowa równa 3%,

$R(t-1, t)$ – stopa zwrotu z portfela aktywów zrealizowana w roku t (w okresie od $t-1$ do t),

MR_t – rezerwa na koniec roku t .

Rozpatrujemy polisę dla której wartość rezerwy na koniec pierwszego roku będzie wynosić $MR_1 = 1\,000$ PLN, a na koniec drugiego roku $MR_2 = 1\,200$ PLN.

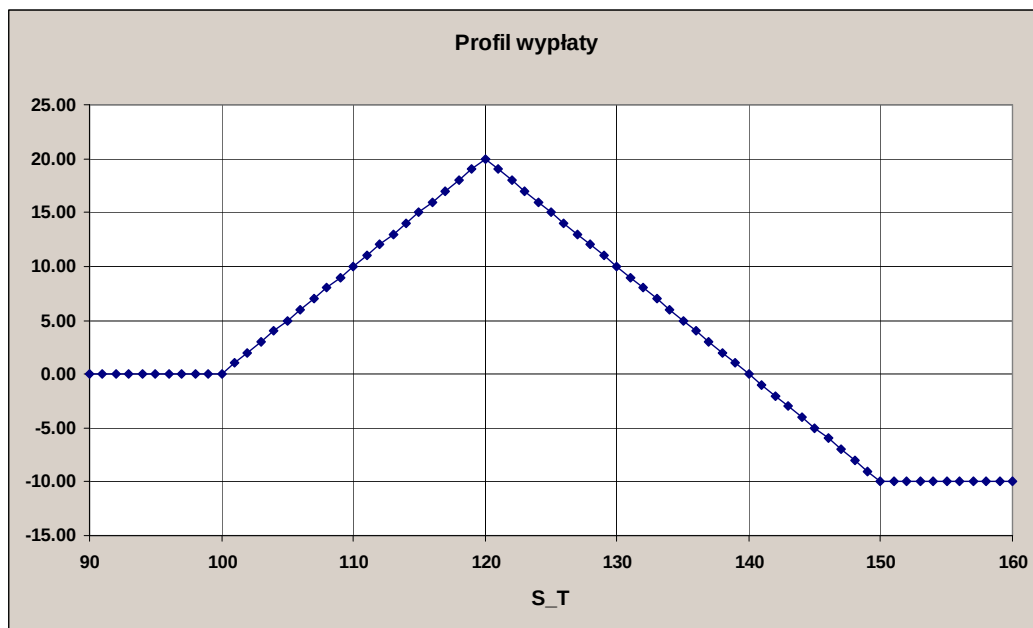
Podaj obecną (na moment $t = 0$) oczekiwaną wartość świadczeń z tytułu udziału w zyskach wypłaconych w horyzoncie 2 lat (kapitalizacja dyskretna):

- A) 37.22
- B) 47.62
- C) 84.84
- D) 91.04
- E) 164.16

5. Firma ubezpieczeniowa posiada zobowiązania wynikające z portfela rent pewnych. Renty te są płacone w wysokości 1 mln PLN na koniec każdego roku przez najbliższych 15 lat oraz w wysokości 2 mln PLN przez kolejnych 15 lat. Firma ulokowała całość swoich rezerw na pokrycie powyższych zobowiązań w 20 letniej obligacji z 8% kuponem rocznym. Oblicz różnicę pomiędzy *duration* pasywów i aktywów, zakładając, iż stopa procentowa wynosi 5% (podaj najbliższą wartość).

- A) 1.5
- B) 2.0
- C) 2.5
- D) 3.0
- E) 3.5

6. Inwestor stosuje strategię „motyla” (*Butterfly spread*) zbudowaną w oparciu o europejskie opcje kupna o okresie do wykonania 1 rok. Profil wypłaty (w zależności od ceny instrumentu bazowego w momencie wykonania S_T) przedstawiony jest na rysunku:



Obecne (na moment $t = 0$) kwotowania europejskich opcji sprzedaży wystawionych na instrument bazowy o obecnej cenie $S_0 = 120$ i okresie wykonania 1 rok, w zależności od ceny wykonania X przedstawione są w tabeli:

Cena wykonania X	Cena opcji sprzedaży w $t = 0$
100	1.3
120	6.7
150	25.5

Zmienność σ (*volatility*) instrumentu bazowego jest równa 20%, wolna od ryzyka stopa procentowa wynosi 5%.

Obecny (na moment $t = 0$) koszt jaki poniósł inwestor przyjmując strategię motyla, o wypłacie zgodnej z rysunkiem powyżej, wynosi (podaj najbliższą wartość):

- A) 3.90
- B) 10.81
- C) 17.50
- D) 33.50
- E) 41.55

7. Kredyt jest spłacany za pomocą 15 rosnących rat płatnych na końcu każdego roku w wysokości 11, 12, 13,..., 25.

Wskaż wzór wyznaczający wysokość odsetek zapłaconych w 8 racie:

A) $18 - 26v^8 + \ddot{a}_{\overline{8}|}$

B) $18 - 25v^8 + a_{\overline{8}|}$

C) $17 - 26v^8 + a_{\overline{8}|}$

D) $17 - 25v^8 + \ddot{a}_{\overline{8}|}$

E) żadna z powyższych odpowiedzi A, B, C, D nie jest poprawna

8. Dane są dwie n -letnie renty pewne a_n i b_n , $n \geq 1$. Renta a_n płaci $\frac{1}{k}$ na koniec każdego roku k , $1 \leq k \leq n$; renta b_n płaci k na koniec każdego roku k , $1 \leq k \leq n$. Niech $D_n = \mathbf{dur}(a_n) + \mathbf{dur}(b_n)$, gdzie $\mathbf{dur}(a_n)$ i $\mathbf{dur}(b_n)$ to *duration* rent a_n i b_n . Oznaczmy ponadto czynnik dyskontujący przez v , $0 < v < 1$. Spośród poniższych nierówności prawdziwa jest:

A) $1 + (1-v)^2 \cdot a_{\overline{n}|} \leq D_n \leq (1+n^2)\ddot{a}_{\overline{n}|}$

B) $1 + (1-v)^2 \cdot a_{\overline{n}|} \leq D_n \leq 2\ddot{a}_{\overline{n}|}$

C) $2a_{\overline{n}|} \leq D_n \leq (1+n^2)\ddot{a}_{\overline{n}|}$

D) $1 + (1-v)^2 \cdot a_{\overline{n}|} \leq D_n \leq \left(\frac{1}{n^2} + 1\right)\ddot{a}_{\overline{n}|}$

E) żadna z powyższych.

9. Rozpatrzmy rynek, na którym występują dwa aktywa A i B. Ich wypłaty zależą od tego czy rynek znajduje się w stanie hossy czy bessy. Funkcje wypłaty oraz bieżące ceny tych aktywów podaje tabela:

	Aktywo A	Aktywo B
Hossa	4.00	1.00
Bessa	1.00	2.00
Cena	2.10	1.40

Ponadto, na rynku dostępne są jednostkowe aktywa, które płacą 1 bądź 0, w zależności od tego w którym ze stanów znajduje się rynek. Funkcje wypłaty aktywów jednostkowych podaje tabela:

	Aktywo jednostkowe hossy	Aktywo jednostkowe bessy
Hossa	1	0
Bessa	0	1

Zakładamy, że rynek nie dopuszcza arbitrażu. Ile wynosi stopa wolna od ryzyka na tym rynku? Podaj najbliższą odpowiedź.

- A) 0
- B) $\frac{1}{9}$
- C) $\frac{1}{10}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{1}{20}$

10. Rozważmy amerykańską opcję sprzedaży na akcję nie płacącą dywidendy. Termin wygaśnięcia dla tej opcji upływa za 3 lata. Obecna cena akcji wynosi 150 a jej cena wykonania 160. Wiadomo, że w ciągu każdego roku cena akcji rośnie bądź maleje o 25%. Intensywność oprocentowania wynosi 0.07 (kapitalizacja ciągła). Ile wynosi obecna cena tej opcji przy założeniu braku arbitrażu? Podaj najbliższą wartość.

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 20
- E) 25

Egzamin dla Aktuariuszy z 6 października 2008 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	D	
3	C	
4	C	
5	C	
6	A	
7	D	
8	A	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.