Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XL Egzamin dla Aktuariuszy z 9 października 2006 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Ile wynosi wartość bieżąca nieskończonego ciągu rent nieskończonych, gdzie renta startująca na początku roku k (k = 1,2,...) wypłaca z dołu na koniec kolejnych lat kwoty: 1, 1 + k, 1 + 2 * k, 1 + k, 1, 1+ k, 1 + 2 * k, 1 + k, 1, ...? Podaj najbliższą wartość dla i = 7%.

A) 3 440

B) 3 547

C) 3 653

D) 3 761

E) 3 874

2. Inwestor inwestuje na 5 lat równomiernie środki o wartości 1 mln PLN w grupę n firm o podwyższonym stopniu ryzyka. Prawdopodobieństwo podwojenia wartości każdej z inwestycji w ciągu dowolnego roku wynosi 60% a bankructwa 40%. Inwestycje jak również ich wyniki w kolejnych latach są wzajemnie niezależne. Ile musi wynosić co najmniej n, aby inwestor miał 99% pewności osiągnięcia po 5 latach 50% zysku nominalnego od całości inwestycji początkowej? Podaj najbliższą wartość. Wartość dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego $F(2.326) = 0.99$

A) 255
B) 305
C) 355
D) 405
E) 455

3. Pan Jan rozpoczyna oszczędzanie na emeryturę, które trwać będzie 40 lat (480 składek płatnych na początku miesięcy). Jego najbliższa pensja wyniesie 2000 PLN i będzie rosła o 3% rocznie (równomiernie w ciągu roku). Chce on zgromadzić na koniec 40 roku sumę wystarczającą do zakupu 20 letniej renty pewnej płatnej na końcu każdego miesiąca w wysokości 60% ostatniego (480-tego) wynagrodzenia, wyliczanej przy stopie 4%. Jaką część swojej pensji musi odkładać przy założeniu, że efektywne stopy zwrotu wyniosą:

- 6% w okresie do końca 20 roku,
- 3% w latach 21-40.

Podaj najbliższą wartość.

A) 14,4%
B) 15,2%
C) 16,0%
D) 16,8%
E) 17,6%

4. Inwestor przyjmuje następujące założenia co do kształtowania się kursu akcji spółki X w kolejnych trzech okresach:

- obecna cena akcji wynosi 50,
- w każdym z trzech kolejnych okresów cena akcji może zmienić się o + 20% (z prawdopodobieństwem 60%) lub -10% w odniesieniu do jej wartości z początku okresu.

Inwestor zamierza nabyć europejską opcję call na 1 akcję spółki X z ceną wykonania 50 z terminem wykonania na koniec trzeciego okresu. Specyfika tej inwestycji polega na tym, że płatność za opcję następuje w czterech równych ratach - pierwsza na początku inwestycji kolejne po 1, 2 i 3 okresie. Przy każdej z płatności inwestor może zrezygnować z jej dokonania tracąc dotychczas zapłacone raty.

Jaką maksymalną kwotę inwestor byłby skłonny zapłacić za opcję (nominalna suma czterech rat) przy założeniu, że inwestor oczekuje stopy zwrotu z inwestycji w opcję na poziomie i = 10% w skali jednego okresu. Podaj najbliższą wartość.

A) 11,8

B) 12,6

C) 13,4

D) 14,2

E) 15,0

Dla ułatwienia poniżej drzewo wyceny standardowej opcji call z ceną wykonania 50 (premia płatna jednorazowo z góry, tutaj 10,71) przy oczekiwanej okresowej stopie zwrotu i =10%.

			36.40
		25.24	
	16.70		14.80
10.71		8.07	
	4.40		0.00
		0.00	
			0.00

5. Cena akcji spółki X wynosi 50. Przyjmujemy założenie, że cena akcji za rok ma rozkład równomierny na przedziale (30;90). Rozważmy dwa portfele:

- portfel 1 : zawierający w 100% akcje spółki X,
- portfel 2 : zawierający w 60% europejskie roczne opcje put (pozycje długie) na akcje spółki X z ceną wykonania 55 oraz w 40% akcje spółki X

Cena jednej opcji put (opiewającej na 1 akcję spółki) wynosi 5.

Ile wynosi stosunek wariancji rocznej stopy zwrotu z portfela 2 do wariancji rocznej stopy zwrotu z portfela 1 (podaj najbliższą wartość) ?

A) 2,5
B) 3,5
C) 4,5
D) 5,5
E) 6,5

6. Bank udziela pożyczki 20-letniej z oprocentowaniem i>0, spłacanej w równych rocznych ratach P na koniec każdego roku. Odsetki spłacone w pierwszych 6 ratach wynoszą 1600 PLN. Odsetki spłacone w ostatnich 6 ratach wynoszą 400 PLN. Wyznacz roczną efektywną stopę oprocentowania pożyczki.

A) $i = \left(\dfrac{2P - 400}{2P - 100} \right)^{-\frac{1}{14}} - 1$

B) $i = \left(\dfrac{3P - 800}{3P - 200} \right)^{-\frac{1}{20}} - 1$

C) $i = \left(\dfrac{3P - 800}{3P - 200} \right)^{-\frac{1}{14}} - 1$

D) $i = \left(\dfrac{4P - 800}{4P - 200} \right)^{-\frac{1}{14}} - 1$

E) $i = \left(\dfrac{4P - 800}{4P - 200} \right)^{-\frac{1}{20}} - 1$

7. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 z wpłatą początkową 1. Następnie na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością $C_t = \frac{1}{(1+t)^2} B_t$, gdzie B_t oznacza wartość rachunku w chwili t>0. Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t = \frac{t}{(1+t)^2}$. Wyznacz B_t w chwili 2. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

8. Renta wieczysta płaci na koniec roku k kwotę k / (k+1), k = 1, 2, 3, …. Efektywna roczna stopa dyskontowa jest zmienna, w roku k wynosi i * k / (k+1), gdzie stałe i = 8%. Wyznacz wartość obecną tej renty. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) 11
B) 11.5
C) 12
D) 12.5
E) 13

9. Inwestujemy na giełdzie kwotę X_0. Po 12 miesiącach stan naszego rachunku maklerskiego wynosi X_1. Oceniamy, że wynik inwestycji $X = \frac{X_1}{X_0}$ jest zmienną losową o rozkładzie lognormalnym ze średnią 1 i odchyleniem standardowym $a > 0$. Oblicz *tail value at risk* $TVaR_p(X) = E(X | X > x_p)$, gdzie x_p jest p-tym kwantylem zmiennej losowej X, czyli liczbą spełniającą warunek $P(X \le x_p) = p.$. Oznaczenia: Φ – dystrybuanta zaś N_p – p-ty kwantyl standardowego rozkładu normalnego N(0,1).

A) $TVaR_p(X) = \frac{1}{1-p}\left(1 - \Phi\left(N_p - \sqrt{\ln(1+a^2)}\right)\right)$

B) $TVaR_p(X) = \frac{1}{1-p}\left(1 - \Phi\left(N_p + \sqrt{\ln(1+a^2)}\right)\right)$

C) $TVaR_p(X) = \frac{1}{1-p}\left(\Phi\left(\sqrt{\ln(1+a^2)} - N_p\right)\right)$

D) $TVaR_p(X) = \frac{1}{1-p}\left(1 + \Phi\left(N_p - \sqrt{\ln(1+a^2)}\right)\right)$

E) $TVaR_p(X) = \frac{1}{1-p}\left(p - \Phi\left(N_p - \sqrt{\ln(1+a^2)}\right)\right)$

Wskazówka. Zmienna losowa X ma rozkład lognormalny z parametrami $\mu, \sigma > 0$, jeżeli $Y = \ln X$ ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$. Gęstość rozkładu lognormalnego ma postać: $f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0.$ Wartość oczekiwana zmiennej losowej X o rozkładzie lognormalnym wynosi $EX = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$, zaś wariancję określa wzór $Var(X) = \left(e^{\sigma^2} - 1\right)e^{2\mu+\sigma^2}$.

10. Funkcja intensywności oprocentowania w chwili t dla kwoty zainwestowanej w chwili s, $0 \le s \le t$ wynosi $\delta(s,t) = \frac{1}{1+s+t}$. Funkcja a(s,t) jest funkcją akumulacji w chwili t kwoty zainwestowanej w chwili s. Wyznacz różnicę $a(1,4) - [a(1,2) \cdot a(2,4)]$ (różnica między akumulacją bez reinwestycji i z reinwestycją). Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A) -2/15
B) 0
C) 2/15
D) 4/15
E) 6/15

Egzamin dla Aktuariuszy z 9 października 2006 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko: ....

Pesel: ....

OZNACZENIE WERSJI TESTU ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	A	
2	D	
3	E	
4	E	
5	D	
6	C	
7	B	
8	D	
9	A	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.