Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 17 stycznia 2005 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

....

WERSJA TESTU A

Czas egzaminu: 100 minut

1. Dany jest nieskończony ciąg rent nieskończonych, gdzie renta startująca na początku roku k wypłaca z dołu na koniec kolejnych lat kwoty $k, k+1, k+2, ...$ ($k= 1,2,3,...$). Ile wynosi bieżąca wartość tego ciągu rent przy założeniu $i = 10\%$ dla pierwszych 5 lat oraz $i = 8\%$ dla całego późniejszego okresu (podaj najbliższą wartość) ?

A) 3850

B) 3900

C) 3950

D) 4000

E) 4050

2. Cena akcji spółki X wynosi 50. Przyjmujemy założenie, że cena akcji za rok ma rozkład równomierny na przedziale (30;90). Rozważmy dwa portfele:

portfel 1 : zawierający w 100% akcje spółki X,

portfel 2 : zawierający w 100% europejskie opcje call (pozycje długie) na akcje spółki X z ceną wykonania 50

Cena opcji wynosi 10.

Ile wynosi stosunek wariancji rocznej stopy zwrotu z portfela 2 do wariancji rocznej stopy zwrotu z portfela 1 (podaj najbliższą wartość) ?

A) 10,5

B) 11,5

C) 12,5

D) 13,5

E) 14,5

3. Inwestor przyjmuje następujące założenia co do kształtowania się kursu akcji spółki X :

- obecna cena akcji wynosi 50,
- w każdym z dwóch kolejnych okresów cena akcji może zmienić się o + 20% (z prawdopodobieństwem 60%) lub -10% w odniesieniu do jej wartości z początku okresu, a prawdopodobieństwa zmiany są jednakowe w każdym okresie.

Opcja amerykańska call "po cenie minimalnej" wypłaca w momencie realizacji (realizacja opcji możliwa jest na koniec zarówno pierwszego jak i drugiego okresu) różnicę pomiędzy ceną akcji w chwili realizacji opcji a minimalną ceną akcji w okresie do momentu realizacji opcji (z uwzględnieniem ceny początkowej), o ile ta różnica jest dodatnia. Jaką maksymalną cenę inwestor byłby skłonny zapłacić za opcję amerykańską call „po cenie minimalnej"(podaj najbliższą wartość) na akcję spółki X jeżeli wymaga, aby oczekiwana stopa zwrotu z inwestycji w opcję wyniosła co najmniej i = 10% w skali jednego okresu (opcja jest ważna od chwili obecnej przez dwa okresy) ?

A) 8,30

B) 9,10

C) 9,90

D) 10,70

E) 11,50

4. Bank oferuje swoim klientom lokatę w PLN wypłacającą po roku również w PLN:

kwota_depozytu * (1 + k * MAX(0; MIN(X,Y))) , gdzie

X - zmiana procentowa indeksu giełdowego WWW w ciągu roku,

Y - zmiana procentowa indeksu giełdowego ZZZ w ciągu roku.

Do konstrukcji tej lokaty bank może wykorzystać wyłącznie poniższe instrumenty rynku finansowego:

a) depozyt w PLN na 12% w stosunku rocznym w innym banku,

b) roczne europejskie opcje call na indeksy giełdowe:

indeks	cena wykonania opcji	cena opcji (PLN)
WWW	2000	280
ZZZ	25000	2000

Wypłata z tych opcji jest standardowa i wynosi w PLN równowartość

MAX (0; wartość_indeksu_za_rok - cena wykonania opcji).

1 punkt indeksu odpowiada 1 PLN.

Na opcjach dopuszczalne jest zajmowanie przez Bank zarówno pozycji długich jak i krótkich (brak depozytów zabezpieczających).

Obecna wartość indeksów: ZZZ = 25000, WWW = 2000 punktów.

Jakie najwyższe k może Bank zaoferować klientowi chcącemu zdeponować 1 mln. PLN, aby mieć pewność osiągnięcia zysku na tej lokacie (podaj najbliższą wartość) ?

A) 0,92

B) 1,12

C) 1,32

D) 1,52

E) 1,72

5. Ile z poniższych zdań jest prawdziwych (przyjmij, że stopy zwrotu z aktywów X,Y mają rozkłady dopuszczające również wartości ujemne):

1) Wrażliwość ceny obligacji zamiennej na akcje na zmiany stopy procentowej maleje wraz ze wzrostem kursu akcji,
2) Wzrost korelacji pomiędzy stopami zwrotu z aktywów X i Y zwiększa wartość instrumentu wypłacającego
   100 * MAX(0 ; (stopa zwrotu z X + stopa zwrotu z Y) / 2),
3) Duration aktywów i pasywów zakładu ubezpieczeń wynosi 5. Zakład jest w ten sposób zabezpieczony przed dowolną zmianą kształtu rynkowej krzywej stopy procentowej (tzn. zmiana wartości rynkowej aktywów będzie zawsze nie mniejsza od zmiany wartości rynkowej pasywów),
4) Wzrost wariancji stóp zwrotu z aktywów X i Y (przy nie zmienionych wartościach oczekiwanych i niezależności obu stóp) zwiększa wartość instrumentu wypłacającego 100 * MAX(0 ; MIN(stopa zwrotu z X , stopa zwrotu z Y)).

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

6. Dwaj kredytobiorcy X i Y zaciągają jednocześnie kredyty w kwocie 100.000, spłacane w formie rent 30 letnich o równych ratach płatnych na koniec kolejnych lat. i(X,0) = 10% a i(Y,0) = 6% (stałe stopy oprocentowania kredytów odpowiednio dla X i Y w chwili jego otrzymania t=0). Bezpośrednio po zapłaceniu 10 raty zmieniają się warunki rynkowe i kredytobiorcy muszą renegocjować z bankiem warunki kredytu. X otrzymuje nowe korzystniejsze i(X,10) = 8% a Y zmuszony jest przyjąć od banku gorszą od dotychchczasowej ofertę i(Y,10) = 8%. Według tych stóp wyliczane są nowe raty kredytu spłacanego teraz w równych ratach przez kolejnych 20 lat (uwzględniane jest całe pozostałe na daną chwilę ich zadłużenie). Kolejna renegocjacja ma miejsce po zapłaceniu 20 raty kredytu (czyli na koniec 20 roku od otrzymania kredytu). Tym razem i(X,20) = 6% a i(Y,20) = 10%. Ponownie wyliczane są nowe raty na podstawie stanu zadłużenie na moment zmiany stóp kredytu (przy założeniu spłaty w 10 równych rocznych ratach). Ile wynosi różnica (nominalna) sumy rat zapłaconych na rzecz banku przez kredytobiorcę X i rat zapłaconych przez kredytobiorcę Y w okresie od końca 5 do końca 25 roku ważności kredytów ? Podaj najbliższą wartość (nie uwzględniamy płatności raty nr 5 natomiast uwzględniamy ratę nr 25).

A) 19 400
B) 21 000
C) 22 600
D) 24 200
E) 25 800

7. Rozważmy dziesięcioletni okres oszczędzania w funduszu inwestycyjnym. Pan X dokonał trzech wpłat do funduszu inwestycyjnego w wysokości 250 na koniec pierwszego, drugiego i trzeciego roku. Na koniec 10 roku suma oszczędności Pana X w funduszu wyniosła 1200. Po 10 latach Pan X chce zamienić zgromadzoną kwotę oszczędności na rentę pewną 15 letnią o stałych płatnościach, płatną na koniec kolejnych lat. Ile wynosi rata renty skalkulowana przy stopie równej stopie zwrotu z funduszu (podaj najbliższą wartość) ?

A) 107
B) 111
C) 119
D) 125
E) 132

8. Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe (i>0) :

(i) Dla całkowitych n oraz t, (n > t > 0):

$$\frac{t(t+1)}{n(n+1)} < \frac{t - a_{\overline{t}|}}{n - a_{\overline{n}|}}$$

(ii) Dla całkowitego $n > 0$ i rzeczywistego $t > 0$:

$$\frac{d}{d\delta}\left(\left(\bar{I}\,\bar{a}\right)_{\overline{n}|}\right) = -\int_0^n t^2 e^{-\delta t}\,dt$$

(iii) Dla całkowitych n oraz t (n > t > 0):

$$-\int_0^t \frac{1}{\bar{s}_{\overline{n-x}|}}\,dx = \ln\left(\frac{\bar{s}_{\overline{n}|} - \bar{s}_{\overline{t}|}}{\bar{s}_{\overline{n}|}}\right).$$

A) tylko (ii)

B) tylko (iii)

C) (i) i (ii)

D) wszystkie

E) (i) i (iii)

9. Renta n-letnia płaci na koniec roku t (t=1,2,...,n) kwotę (n - t +1) * t. Roczna stopa procentowa wynosi i = 7%. Niech $\bar{d}_n$ oznacza duration tej renty. Oblicz $\lim_{n\to\infty}\left(\bar{d}_n\right)$. (podaj najbliższą wartość).

A) 22.7

B) 24.3

C) 25.6

D) 27.9

E) 29.6

10. Intensywność oprocentowania $\delta_t = \frac{1}{f(t)}$, gdzie funkcja f spełnia dla wszystkich x, y zależność:

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}.$$

Dodatkowo wiadomo, że δ_t jest funkcją ciągłą dla $t \geq 0$ spełniającą warunki: $\delta_t(0) = 1, \quad \delta_t(1) = \frac{1}{2}$.

Oblicz $\bar{a}_{\overline{n}|}$.

A) 2 * ln (n+1)

B) ln (n+1)

C) ln (n+2) / 2

D) $\frac{n}{4}$

E) ln(n / 2 + 1)

Egzamin dla Aktuariuszy z 17 stycznia 2005 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko: ....

Pesel: ....

OZNACZENIE WERSJI TESTU ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	E	
3	B	
4	C	
5	D	
6	A	
7	D	
8	D	
9	E	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.