1. Sprawdź , które z poniższych zależności są prawdziwe:

(i) $$\sum_{t=1}^{n} \frac{\ddot{s}_{\overline{2t|}}}{\ddot{s}_{\overline{t|}}} = n + \ddot{s}_{\overline{n|}}$$

(ii) $$\frac{1}{\ddot{s}^{(m)}_{\overline{n|}}} + d^{(m)} = \frac{1}{s^{(m)}_{\overline{n|}}} + i^{(m)}$$

(iii) $$i = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\delta^{t}}{t!}$$

Odpowiedź:

A. tylko (i)

B. tylko (ii)

C. tylko (ii),(iii)

D. (i),(ii) oraz (iii)

E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

2. Niech X , Y , Z oznaczają ceny zakupu trzech maszyn z których każda jest amortyzowana przez okres 20 lat. Wartość umorzeniowa S każdej maszyny na końcu okresu wynosi 1000. Mając następujące dane:

Cena zakupu	Wartość po 10 latach	Metoda amortyzacji
X	3700	*„sinking fund”* przy stopie i =10%
Y	3800	liniowa
Z	3900	*„sum of the digits”*

podaj zależności pomiędzy cenami trzech maszyn.

Odpowiedź:

A. $Z < Y < X$

B. $X < Y < Z$

C. $X < Z < Y$

D. $Z < X < Y$

E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

3. Inwestor zawiera umowę długoterminowego oszczędzania na okres 20 lat i deklaruje wysokość rocznej wpłaty płatnej na początku każdego roku w wysokości 1000. Umowa gwarantuje inwestorowi oprocentowanie w wysokości:

i) $i = 5\ \%$ od wpłat podstawowych od momentu dokonania wpłaty do końca okresu umowy,

ii) $j = 3\ \%$ od wypracowanej nadwyżki wynikającej z uzyskania przychodów z lokat ponad stopę $i = 5\ \%$ od momentu uzyskania nadwyżki do końca okresu umowy.

Wyznacz, bezpośrednio po dokonaniu przez inwestora 6 wpłaty, ile wyniesie minimalna wysokość kwoty wypłaconej inwestorowi na końcu umowy, jeżeli oprocentowanie przez pierwsze 5 lat wyniosło *8%* oraz inwestor zamierza dokonywać kolejnych wpłat zgodnie z początkową deklaracją ?

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 36 887

B. 37 087

C. 37 287

D. 37 487

E. 37 687

4. Niech $\bar{a}_{\overline{n|}} = k,\ gdzie\ \ 0 < k < n$ przy natężeniu oprocentowania δ . Do wyznaczenia natężenia oprocentowania zastosowano wzór rekurencyjny. Podaj postać wzoru rekurencyjnego prowadzącego do wyznaczenia wysokości δ tj. spełniającego warunek: δ =lim(δ_s) dla $s \to \infty$.

Odpowiedź:

A. $\delta_0 = 0.0$ oraz $\delta_{s+1} = \delta_s + \dfrac{1 - e^{-\delta_s n} - \delta_s k}{\delta_s - e^{-\delta_s n}}$

B. $\delta_0 = 0.0$ oraz $\delta_{s+1} = \delta_s - \dfrac{e^{-\delta_s n} - \delta_s}{1 - e^{-\delta_s n} - \delta_s k}$

C. $\delta_0 = 0.0$ oraz $\delta_{s+1} = \delta_s + \dfrac{1 - e^{-\delta_s n} - \delta_s k}{\delta_s + e^{-\delta_s n}}$

D. $\delta_0 = 0.0$ oraz $\delta_{s+1} = \delta_s - \dfrac{1 - e^{-\delta_s n} - \delta_s k}{\delta_s - e^{-\delta_s n}}$

E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

5. Duration $\overline{d}$ dziesięcioletniej renty płatnej rocznie z dołu przy stopie procentowej i wynosi 5.50. Oblicz, o ile spadnie duration $\overline{d}$, jeżeli stopa procentowa wzrośnie z i do $i+1\%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 0.02

B. 0.04

C. 0.06

D. 0.08

E. 0.10

6. Margines wypłacalności jest równy sumie:

(i) 4 % rezerwy matematycznej

oraz

(ii) 0,3 % sumy ryzyka równej różnicy pomiędzy sumą ubezpieczenia oraz wysokością rezerwy matematycznej.

W pewnym ubezpieczeniu zawieranym na okres 10 lat suma ubezpieczenia jest stała przez cały okres ubezpieczenia i wynosi 1000, natomiast wysokość rezerwy matematycznej $\overline{V}_n^t$ w dowolnej chwili t dana jest wzorem $\overline{V}_n^t = 10 \cdot t \cdot (10 - t)$.

Wyznacz, o ile spadnie koszt utworzenia marginesu wypłacalności, jeżeli współczynnik zależny od rezerwy matematycznej zostanie obniżony z 4 % do 1 % oraz współczynnik zależny od sumy ryzyka zostanie obniżony z 0.3 % do 0.1 % Środki finansowe na jego pokrycie nie są oprocentowane. Obliczeń dokonaj przy stopie procentowej równej 10 %.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 3.85

B. 3.90

C. 3.95

D. 4.00

E. 4.05

7. Po dokonaniu analiz inwestycji o stałej wysokości osiąganych przychodów w kolejnych latach P, stałej wysokości kosztów stałych ponoszonych kolejnych latach A oraz o stałym poziomie kosztów zmiennych w wysokości $b\%$ osiąganych przychodów P stwierdzono, że:

i) $NPV(12;\ 3{,}0;\ 8\%) = 100$,

ii) $NPV(15;\ 4{,}0;\ 12\%) = 120$,

gdzie $NPV(P;\ A;\ b\%)$ oznacza obecną wartość zysków z inwestycji wyznaczoną przy stałej stopie procentowej i.

Wyznacz poziom stałych przychodów P, dla których $NPV(P;\ 0{,}8;\ 20\%) = 0$.

Odpowiedź :

A. 3.8

B. 4.4

C. 5.0

D. 5.6

E. 6.2

8. Wyznacz obecną wartość płatności dokonywanych na końcu każdego roku przez okres 30 lat. Wysokość płatności w roku t wynosi S_{31-t} , gdzie $S_k= k(k+1)/2$. Do obliczeń przyjmij stopę techniczną równą $i=5\ \%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 3450

B. 3550

C. 3650

D. 3750

E. 3850

9. Pożyczka oprocentowana przy stopie $i^{(2)}$ jest spłacana przez okres 8 lat za pomocą równych spłat dokonywanych na końcu każdego kwartału. W przypadku wydłużenia okresu spłat do 16 lat (bez zmiany pozostałych warunków) wysokość każdej spłaty zmniejszy się o 1/3. Wyznacz stopę procentową $i^{(2)}$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 8.85 %

B. 8.90 %

C. 8.95 %

D. 9.00 %

E. 9.05 %

10. Dana jest obligacja o kuponach płatnych kwartalnie każdy w wysokości 50 oraz wartości wykupu równej 1000. Inwestor zamienia tę obligację na dwie jednakowe płatności dokonywane w odstępie roku, przy czym suma tych dwóch płatności jest równa sumie nominalnych kwot otrzymywanych z tytułu kuponów oraz wykupu obligacji. Znajdź moment t^*, w którym zostanie dokonana pierwsza z tych dwóch płatności. Do obliczeń przyjmij stopę procentową równą $i = 10\%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

A. 5.62

B. 5.67

C. 5.72

D. 5.77

E. 5.82

Egzamin dla Aktuariuszy z 9 grudnia 2000 r.

Matematyka finansowa

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi................................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	B	
3	E	
4	A	
5	D	
6	E	
7	A	
8	A	
9	A	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.