

1. Natężenie zgonów opisuje funkcja

$$\mu_{x+t} = b \cdot e^{x+t} \quad \text{gdzie parametr } b > 0.$$

Dla jakiej wartości parametru b prawdopodobieństwo tego, że 30-latek przeżyje następne 10 lat, po czym umrze w ciągu kolejnych 5 lat, wynosi r , oraz prawdopodobieństwo ${}_{10}p_{30} = 5r$.

(A) $\frac{\ln 5}{\ln 2 \cdot (e^{45} - e^{40})}$

(B) $\frac{\ln 5}{2 \ln 2 \cdot (e^{45} - e^{40})}$

(C) $\frac{\ln 5 - \ln 2}{2 \cdot (e^{45} - e^{40})}$

(D) $\frac{\ln 5 - 2 \ln 2}{2 \cdot (e^{45} - e^{40})}$

(E) $\frac{\ln 5 - 2 \ln 2}{e^{45} - e^{40}}$

2. Wyznacz jednorazową składkę netto w bezterminowym ubezpieczeniu na życie 25-letka z sumą ubezpieczenia 10 000 zł, płaconą na koniec roku, w którym nastąpiła śmierć, jeśli wiadomo że:

(i) $v=0.9$

(ii) $q_{24} = 0.00180$ oraz $q_{25} = 0.00160$

(iii) $(IA)_{24} = 0.64610$ oraz $(IA)_{25} = 0.68180$

Wynik zaokrąglaj do dziesięciu groszy.

- (A) 352.60 (B) 354.40 (C) 355.80 (D) 356.40
(E) 357.80

3. Na x -latka wystawiono polisę, która po 10 latach odroczenia daje 40-letnie ubezpieczenie na życie ze świadczeniem w wysokości 10, płatnym w momencie śmierci. Wyznacz wariancję wypłat z tej polisy według ich wartości na moment wystawienia polisy, jeśli:

- (i) natężenie zgonów jest stałe: $\mu_{x+t} = 0.05$,
- (ii) natężenie oprocentowania wynosi $\delta = 0.05$.

(A) $25 \cdot \left(\frac{4}{3} e^{-1.5} - e^{-2} + 2e^{-6} - \frac{4}{3} e^{-7.5} - e^{-10} \right)$

(B) $50 \cdot \left(\frac{4}{3} e^{-1.5} - e^{-2} + 2e^{-6} - \frac{4}{3} e^{-7.5} - e^{-10} \right)$

(C) $25 \cdot \left(\frac{4}{3} e^{-2} - e^{-6} + \frac{4}{3} e^{-8} - e^{-10} \right)$

(D) $50 \cdot \left(\frac{4}{3} e^{-2} - e^{-6} + \frac{4}{3} e^{-8} - e^{-10} \right)$

(E) $25 \cdot \left(\frac{4}{3} e^{-1.5} - 2e^{-6} + \frac{4}{3} e^{-7.5} - e^{-10} \right)$

4. Osobie 35-letniej wystawiono polisę na rentę dożywotnią, odroczoną na 30 lat, płatną w wysokości 100 złotych na początku miesiąca. Przy założeniu jednostajnego rozkładu zgonów w ciągu roku wyznacz jednorazową składkę netto, płatną w momencie wystawienia tej polisy, jeśli dane są:

(i) $A_{35}^{(12)} - A_{35} = 0.004212$,

(ii) $A_{35:\overline{30}|}^{-1} = 0.06519$,

(iii) $\ddot{a}_{35:\overline{30}|} = 11.425$,

(iv) $d = 7.407\%$ $d^{(12)} = 7.672\%$ $\alpha(12) = 1.0005$ $\beta(12) = 0.4713$.

Wynik zaokrąglaj do liczby całkowitej.

- (A) 513 (B) 660 (C) 807 (D) 954
(E) 1101

5. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie x -latka świadczenie w wysokości 1 zł wypłacane jest na koniec roku, w którym nastąpiła śmierć, a roczna składka $\pi_x = 0.02$ płacona jest dożywotnio na początku roku. Składkę tę skalkulowano tak, że zawiera ona, oprócz składnika netto, pewien narzut na ryzyko. Ilu co najmniej x -latkom należy sprzedać to ubezpieczenie, by z prawdopodobieństwem co najmniej 0.95 ubezpieczenie tej grupy x -latków nie przyniosło strat. Uwzględnij następujące informacje:

- (i) $A_x = 0.2$ oraz ${}^2A_x = 0.1$,
- (ii) $d = 0.05$,
- (iii) zastosuj aproksymację rozkładem normalnym, wiedząc że $\Pr\{U \leq 1.645\} = 0.95$ gdzie $U \sim N(0, 1)$.

- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

6. Bezterminowa polisa na życie x -latka daje wypłatę 10 000 zł na koniec roku śmierci. Kupując tę polisę x -latac ma do wyboru dwa ekwiwalentne sposoby płacenia dożywotniej składki:

- (i) na początku każdego roku w wysokości 500 zł,
- (ii) na początku każdego miesiąca w wysokości π zł.

Wyznacz wysokość (podaj najbliższą wartość) π przy założeniu jednostajnego rozkładu zgonów w ciągu roku oraz stopie procentowej $i = 4\%$.

- (A) 41.43 (B) 42.44 (C) 43.45
(D) 44.46 (E) 45.47

7. Na 35-latkę wystawiono terminową, 25-letnią, polisę na życie i dożycie z wypłatą 10 000 zł w momencie śmierci lub dożycia do 60 lat. Przez cały okres ubezpieczenia płacone są raz w roku, na początku roku, składki netto w wysokości 250 zł. Wyznacz (podaj najbliższą wartość) rezerwę składek netto na koniec 10 roku tego ubezpieczenia, jeśli dane są

$$A_{45:\overline{15}|}^1 = 0.1 \quad A_{45:\overline{15}|}^{\overline{1}} = 0.3 \quad i = 5\%$$

oraz obowiązuje założenie o jednostajnym rozkładzie zgonów w ciągu roku.

- (A) 850 (B) 875 (C) 920 (D) 945
(E) 1010

8. Rodzice (25) i (35) wykupili dziecku (0) polisę posagową, dającą dziecku w wieku 20 lat wypłatę tylko wtedy, gdy będzie ono całkowitą sierotą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że dojdzie do wypłaty posagu, jeśli natężenie zgonów jest w tej populacji stałe i wynosi $\mu > 0$.

(A) $e^{-45\mu} + e^{-55\mu} - 1$

(B) $\frac{e^{-45\mu} + e^{-55\mu}}{2}$

(C) $e^{-20\mu} - 2e^{-40\mu} + e^{-60\mu}$

(D) $\frac{e^{-20\mu} - 2e^{-40\mu} + e^{-60\mu}}{2}$

(E) $\frac{e^{-45\mu} + e^{-55\mu} + e^{-100\mu}}{3}$

9. W terminowym, 30-letnim, ubezpieczeniu na życie i dożycie dla osoby 40-letniej z sumą ubezpieczenia 1000, świadczenie śmiertelne płatne jest na koniec roku.

Wyznacz (podaj najbliższą wartość) jednorazową składkę brutto, jeśli wiadomo że:

- (i) jednorazowa składka netto w tym ubezpieczeniu wynosi 300 zł ,
- (ii) jednorazowe koszty związane z wystawieniem polisy wynoszą 8% sumy ubezpieczenia oraz 3% składki brutto,
- (iii) okresowe koszty administracyjne (ponoszone na początku każdego roku przez okres ważności ubezpieczenia) wynoszą 2% sumy ubezpieczenia,
- (iv) stopa dyskontowa $d = 5\%$.

(A) 639.18 (B) 649.48 (C) 659.79 (D) 670.10

(E) 680.41

10. Dany jest plan emerytalny, w którym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 65 lat ($l_{65}^{(r)} = 0$). Obecna roczna płaca 30-letniego uczestnika planu wynosi 3000 zł i będzie rosła w sposób ciągły o 5% rocznie. Natężenie wypadania z planu przed osiągnięciem wieku emerytalnego opisuje funkcja

$$\mu_{30+t}^{(\tau)} = 0.05 \quad .$$

Wyznacz (podaj najbliższą wartość) aktualną wartość przyszłych składek uczestnika planu w wieku 30 lat, jeśli składki płacone są w sposób ciągły w wysokości 10% bieżącej płacy, a fundusz emerytalny osiąga stopę przychodów z lokat $i = 5\%$.

- (A) 4763.57 (B) 4875.63 (C) 4957.36
(D) 5036.75 (E) 5135.76

Egzamin dla Aktuariuszy z 7 grudnia 1996 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko : Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	E	
2	C	
3	A	
4	A	
5	D	
6	C	
7	B	
8	C	
9	E	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.