1. Dany jest wiek całkowity x oraz

$$_{3}p_{x} = 0{,}83904 \quad , \quad _{2}p_{x+1/2} = 0{,}893388 \quad , \quad p_{x+1} = 0{,}95 \ .$$

Oblicz p_x oraz p_{x+2} stosując założenie o jednostajnym rozkładzie śmierci w ciągu roku. Podaj najbliższą wartość.

(A) $p_x = 0{,}94$, $p_{x+2} = 0{,}92$

(B) $p_x = 0{,}96$, $p_{x+2} = 0{,}94$

(C) $p_x = 0{,}96$, $p_{x+2} = 0{,}92$

(D) $p_x = 0{,}98$, $p_{x+2} = 0{,}94$

(E) $p_x = 0{,}98$, $p_{x+2} = 0{,}91$

2. Niech δ oznacza poziom technicznej intensywności oprocentowania, zastosowany do obliczenia wielkości $\overline{A}_x$, $\overline{a}_x$. Oznaczmy pochodne tych wielkości względem δ przez:

$$\frac{d\overline{A}_x}{d\delta} = \alpha \quad , \quad \frac{d\overline{a}_x}{d\delta} = \beta \quad .$$

Wyraź $\overline{A}_x + \overline{a}_x$ za pomocą $\alpha,\ \beta$ oraz δ .

(A) $1 + (\delta - 1)\alpha + (\delta^2 - \delta)\beta$,

(B) $1 + (\delta + 1)\alpha + (\delta^2 - \delta)\beta$,

(C) $1 + (\delta - 1)\alpha + (\delta^2 + \delta)\beta$,

(D) $1 - (\delta - 1)\alpha + (\delta^2 - \delta)\beta$,

(E) żaden z powyższych wzorów nie jest prawdziwy.

3. Polisa n-letnia na życie i dożycie typu P(a,b) wypłaca uposażonym a na koniec roku śmierci, jeśli ubezpieczony w wieku (x) umrze w ciągu najbliższych n lat, albo wypłaca ubezpieczonemu b po n latach, jeśli dożyje wieku ($x+n$). Niech Z oznacza wartość obecną wypłaty na moment wystawienia polisy, obliczoną przy technicznej stopie oprocentowania. Oblicz a / b przy którym iloraz $\sqrt{Var(Z)} \,/\, E(Z)$ jest najmniejszy.

Dane są:

$A^1_{x:\overline{n}|} = 0{,}0674$, $A_{x:\overline{n}|}^{\;\;\;1} = 0{,}1393$, ${}^2A^1_{x:\overline{n}|} = 0{,}0292$, ${}^2A_{x:\overline{n}|}^{\;\;\;1} = 0{,}02425$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 0,2 (B) 0,4 C) 0,8 (D) 1,6

(E) 2,0

4. Przy stopie technicznej i=5% ubezpieczenie $1000 \cdot (IA)_x$ jest aktuarialnie równoważne ubezpieczeniu $23429 \cdot A_x$.

Wyznacz $(IA)_{x+1}$, jeśli dane są: $q_x = 0{,}00442$ $A_{x+1} = 0{,}27128$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 6,064 (B) 6,104 (C) 6,144 (D) 6,184
(E) 6,224

5. Osoba z populacji de Moivre'a, z wiekiem granicznym ω, ubezpieczyła się bezterminowo w wieku x. Suma ubezpieczenia , stale wynosząca 1, będzie wypłacona w chwili śmierci, a składka netto płacona jest w formie renty ciągłej z odpowiednio dobraną zmienną intensywnością $\pi(t)$. Funkcja intensywności składki $\pi(t)$ jest tak dobrana, że

$$\pi^{r}(t) \equiv const \text{ , niezależnie od } t .$$

Niech δ oznacza techniczną intensywność oprocentowania. Oblicz $\pi(\frac{\omega - x}{2})$.

(A) $\frac{1-\delta\omega+\delta x}{2\omega-2x}$ (B) $\frac{2-\delta\omega+\delta x}{2\omega-2x}$ (C) $\frac{3-\delta\omega+\delta x}{2\omega-2x}$ (D) $\frac{4-\delta\omega+\delta x}{2\omega-2x}$

(E) żadna z powyższych (czterech) odpowiedzi nie jest prawdziwa.

6. W ubezpieczeniu dyskretnym ogólnego typu dane są wartości:

$c_{k+1} = 1$, $\pi_k = 0{,}05$, $q_{x+k} = 0{,}01$, $v = 0{,}97$ oraz ${}_{k+1/3}V = 0{,}6556$.

Oblicz ${}_kV + {}_{k+1}V$. Wykorzystaj *UDD* lub właściwą metodę interpolacji liniowej. Podaj najbliższą wartość.

(A) 1,24 (B) 1,27 (C) 1,30 (D) 1,33
(E) 1,36

7. W n-letnim ubezpieczeniu na życie i dożycie dla (x) z sumą ubezpieczenia 1000 zł świadczenie śmiertelne jest płacone na koniec roku śmierci. Składka płacona jest przez cały okres ubezpieczenia, na początku roku, w stałej wysokości. Przez cały okres ubezpieczenia, na początku roku, ponoszone są koszty administracyjne w wysokości 5% rocznej składki brutto. Jednorazowe koszty początkowe ubezpieczenia wynoszą k% rocznej składki brutto.

Wyznacz k (podaj najbliższą wartość), jeśli wiadomo, że na koniec pierwszego roku rezerwa brutto na polisę aktywną wynosi 10 zł. Dane są:

$i = 5\%$ $\qquad p_x = 0{,}99600 \qquad \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 12{,}38559$.

(A) 58,47 (B) 58,62 (C) 58,77 (D) 58,92

(E) 59,07

8. W momencie zawarcia ubezpieczenia (x) ma 60 lat, a (y) 50 lat. Ubezpieczenie wypłaca od momentu śmierci (x) przez 10 lat rentę pewną ciągłą z intensywnością 1000 na rok, a następnie rentę dożywotnią dla (y) z tą samą intensywnością. Obydwa życia pochodzą z tej samej populacji i są od siebie niezależne. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie (podaj najbliższą wartość). Dane są:

$\delta = 0{,}05$ $\qquad \bar{a}_{50} = 15{,}12099$ $\qquad \bar{a}_{\overline{60:50}} = 15{,}98015$

${}_{10}p_{50} = 0{,}944035$ $\qquad \bar{a}_{60} = 12{,}59530$ $\qquad \bar{a}_{\overline{60:60}} = 14{,}57632$

(A) 4000 (B) 4050 (C) 4100 (D) 4150
(E) 4200

9. Rozważmy ubezpieczenie ciągłe na wypadek śmierci, dla (x). Jeśli ubezpieczony zginie w wypadku (J=2) to zostanie wypłacona natychmiast suma ubezpieczenia 200000 zł; jeśli umrze z innych przyczyn (J=1) zostanie wypłacone 100000 zł (w chwili śmierci). Niech Z oznacza wartość obecną świadczenia, obliczoną przy technicznej intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}02$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że $Z < E(Z)$.

Wiadomo, że natężenia różnych szkodowości są stałe w czasie i wynoszą odpowiednio

$$\mu_{1,x+t} \equiv 0{,}01 \quad , \; \mu_{2,x+t} \equiv 0{,}001 \; .$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 0,40 (B) 0,46 (C) 0,52 (D) 0,58
(E) 0,64

10. Rozpatrujemy fundusz emerytalny gromadzący składki i wypłacający świadczenia. Wszyscy uczestnicy przystępują do planu emerytalnego w wieku a lat i przechodzą na emeryturę w wieku r lat.

Dane są trzy formuły:

(1) $\frac{d}{dt} Pa(t) = e^{-\delta(r-a)} \cdot {}^{T}P(t+r-a) + \delta \cdot \left[A(t) - V(t)\right] - P(t)$

(2) $\frac{d}{dt} V(t) = P(t) + \delta \cdot V(t) - {}^{T}P(t) - B(t)$

(3) $A(t) = V(t) + Pa(t)$

gdzie: $Pa(t)$ wartość w momencie t nieskapitalizowanych, przyszłych zobowiązań funduszu,

${}^{T}P(t)$ intensywność w momencie t kapitalizacji finalnej (T*erminal funding*),

$A(t)$ wartość w momencie t całkowitych zobowiązań funduszu,

$V(t)$ wartość w momencie t funduszu emerytalnego,

$P(t)$ intensywność w momencie t strumienia składki, odpowiadającej kosztowi normalnemu planu,

$B(t)$ intensywność w momencie t świadczeń emerytalnych,

δ intensywność oprocentowania.

Prawdziwe są:

(A) tylko (2) (B) tylko (3) (C) tylko (1) i (3)
(D) tylko (2) i (3) (E) wszystkie

XXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 15 czerwca 2002 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi......................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	A	
3	B	
4	D	
5	D	
6	B	
7	C	
8	B	
9	D	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.