
1. W populacji de Moivre'a współczynnik umieralności (*central death rate*) w wieku x wynosi $m_x = \frac{2}{117}$, a dla osobników dwa razy starszych $m_{2x} = \frac{2}{27}$. Podaj maksymalny wiek w tej populacji.

(A) 100

(B) 101

(C) 102

(D) 103

(E) 104

2. Osoba w wieku x kupuje bezterminowe, odroczone na 3 lata, ubezpieczenie na życie ze świadczeniem 100 000 wypłacanym na koniec roku śmierci. Składki są płacone w następujący sposób: $1/3$ jednorazowej składki netto płatne natychmiast, a reszta dożywotnio w równych ratach rocznych P , po raz pierwszy trzy lata od zakupu ubezpieczenia.

Oblicz P (podaj najbliższą wartość). Dane są:

$$M_x = 2644,47 \quad M_{x+3} = 2607,38 \quad N_x = 420107$$

$$N_{x+3} = 355374$$

- (A) 450 (B) 460 (C) 470 (D) 480
(E) 490

3. Dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla (x) wypłaca na koniec roku rentę 1 000, a w przypadku śmierci w wieku $(x+k+u)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $0 \leq u < 1$, wypłaca w momencie śmierci świadczenie $1000 \cdot u$.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$A_x = 0,1077 \quad i = 10\%$$

oraz śmiertelność ma w każdym roczniku rozkład jednostajny. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 8240 (B) 8660 (C) 8870 (D) 9620
(E) 10400

4. Rozważamy dyskretne ubezpieczenie ogólnego typu dla (x) . Niech ${}_k L$ oznacza stratę ubezpieczyciela liczoną prospektywnie po k latach od wystawienia polisy.

Dane są:

$$c_1 = 1 \quad p_x = 0,99 \quad i = 5\% \quad E({}_1 L) = 0,04$$

oraz wiadomo, że $Var({}_0 L) = Var({}_1 L)$. Oblicz tę wspólną wartość.

- (A) 0,05 (B) 0,08 (C) 0,11 (D) 0,14 (E) 0,17

5. Rozważmy n -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x) z sumą ubezpieczenia 1000. Świadczenie śmiertelne jest płacone na koniec roku śmierci, a roczna składka netto $P_{x:\overline{n}|}$ płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia.

Wiadomo, że analogiczne ubezpieczenie dla osoby w wieku $(x+1)$ lat, zawarte na okres $n-1$ lat, ma składkę $P_{x+1:\overline{n-1}|}$ o 25% wyższą. Wyznacz składkę $P_{x:\overline{n}|}$ (podaj najbliższą wartość). Dane są:

$$p_x = 0,989 \quad i = 10\%$$

- (A) 111 (B) 116 (C) 123 (D) 130
(E) 136

6. Rozważmy ciągłe ubezpieczenie dla (x) , w którym wypłacone świadczenie wynosi $c(t)$, jeśli ubezpieczony umiera w wieku $(x+t)$. Załóżmy ponadto:

$$\pi(t) = \text{const} = \pi \quad \mu_{x+t} = \text{const} = \mu > 0 \quad \delta > 0$$

oraz, że $c(t)$ jest wielomianem stopnia większego niż 7.

Wówczas wzór na rezerwę $V(t)$ jest postaci:

- (A) $V(t) = f(t) e^{-g t}$, gdzie $f(t)$ jest wielomianem, a g dodatnim parametrem
- (B) $V(t)$ jest wielomianem
- (C) $V(t) = f(t) - e^{-g t}$, gdzie $f(t)$ jest wielomianem, a g dodatnim parametrem
- (D) $V(t) = m \cdot e^{-g t} + f(t)$, gdzie $f(t)$ jest wielomianem, a g oraz m dodatnimi parametrami
- (E) żadne z powyższych

7. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 (świadczenie śmiertelne płatne na koniec roku śmierci). Składki płacone są corocznie na początku każdego roku ubezpieczenia. Roczna składka brutto wynosi 4813 zł, a składka netto 2946 zł.
- Po dziesięciu latach ubezpieczenia rezerwa brutto wynosi 34947 zł, a rezerwa netto 38045 zł. Jednorazowe koszty akwizycji i koszty administracyjne jednego roku (ponoszone na początku roku) wynoszą w sumie 6000 zł. Oblicz coroczne koszty poboru składki w relacji do składki brutto. Przyjmij $i=5\%$.

- (A) 6% (B) 8% (C) 10% (D) 12%
- (E) 14%

8. Rozważamy ciągle, dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla (x) , które rozpoczyna wypłaty w wieku $(x+m)$ i wypłaca z intensywnością 1 na rok, gdy ubezpieczony jest sprawny, lub 2 na rok, od momentu gdy zostanie inwalidą po przekroczeniu wieku $(x+m)$. Zakładamy, że rozkład trwania życia nie zależy od tego, czy się jest inwalidą, czy nie, oraz że stan inwalidztwa jest nieodwracalny.

W ubezpieczeniu tym możliwe są dwa równoważne sposoby płacenia składki:

1. w formie m -letniej renty z roczną intensywnością \bar{P}_1 ,
2. w formie m -letniej renty z roczną intensywnością \bar{P}_2 , ale płaconej tylko wtedy, gdy nie jest się inwalidą.

Oblicz \bar{P}_2/\bar{P}_1 (podaj najbliższą wartość). Dane są: $\mu_{x+t}^{(d)} = 0,01$, $\mu_{x+t}^{(i)} = 0,001$, $m = 40$, $\delta = 0,02$.

- (A) 1,016 (B) 1,020 (C) 1,024 (D) 1,028
(E) 1,032

9. Na życie (x) oraz (y) zawarte zostało 10-letnie ubezpieczenie na życie, wypłacające w momencie śmierci 10 000 wtedy i tylko wtedy, gdy umiera (y) a (x) żyje. Składka netto za to ubezpieczenie płatna jest ze stałą intensywnością roczną P do momentu wygaśnięcia ubezpieczenia.

Osoby (x) oraz (y) pochodzą z dwóch różnych populacji, obydwie z czasem życia o wykładniczym rozkładzie. Wyznacz składkę P (podaj najbliższą wartość). Dane są:

$${}_{10}p_x = 0,81873 \quad {}_{10}p_y = 0,67032 \quad .$$

- (A) 325 (B) 365 (C) 400 (D) 490
(E) 595

10. Plan emerytalny wypłaca po osiągnięciu wieku emerytalnego 65 lat emeryturę z intensywnością roczną równą 200 zł za każdy rok stażu. Składka emerytalna, ustalona metodą *entry-age*, jest płacona w sposób ciągły ze stałą roczną intensywnością.

Podaj wartość obecną przyszłych składek 45-letniego uczestnika, który przystąpił do planu w wieku 25 lat.

Wiadomo, że wypadanie z planu przed wiekiem emerytalnym opisuje prawo de Moivre'a z granicznym wiekiem 145 lat. Wypadający, jeśli otrzymują świadczenia, to z innych zasobów planu. Po przejściu na emeryturę uczestnicy wymierają według prawa de Moivre'a z granicznym wiekiem 105 lat. Przyjmij oprocentowanie $\delta = 0,05$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 6200 (B) 8400 (C) 9600 (D) 10800
(E) 12000

XXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 12 stycznia 2002 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	E	
2	E	
3	C	
4	B	
5	C	
6	B	
7	C	
8	A	
9	C	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.