

Zadanie 1.

Niech rozkład trwania życia w danej populacji będzie zadany przez ciągłą funkcję natężenia wymierania $\eta_x > 0$. Załóżmy ponadto, że prawdopodobieństwo ${}_x p_x$

nie zależy od wieku x . Wówczas funkcja $f(x) = e_x^\circ$ spełnia równanie

(A) $f(x + f(x)) = f(x) \cdot [1 + f'(x + f(x))]$,

(B) $f'(x + f(x)) = f'(x) \cdot [1 + f(x + f(x))]$,

(C) $f(x + f(x)) = f(x) \cdot [1 + f''(x + f(x))]$,

(D) $f'(x + f(x)) = f'(x) \cdot [1 + f'(x + f(x))]$,

(E) $f(x)$ nie musi spełniać żadnego z powyższych równań.

Zadanie 2.

Ubezpieczenie bezterminowe dla (x) , opłacone za pomocą składki jednorazowej netto A_x , będziemy rozważać w kontekście ubezpieczenia ogólnego typu. Tak więc $c_{k+1} \equiv 1$ dla $k \geq 0$ oraz $\pi_j \equiv 0$ dla $j > 0$. Wówczas:

$$(A) A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \cdot \pi_k^r, \quad A_{x+j} = \sum_{k=0}^{j-1} (1+i)^{j-k} \cdot \pi_k^s \quad \text{dla } j \geq 1,$$

$$(B) A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot \pi_k^r, \quad A_{x+j} = \sum_{k=0}^{j-1} (1+i)^{j-k} \cdot {}_k p_x \cdot \pi_k^s \quad \text{dla } j \geq 1,$$

$$(C) A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \cdot \pi_k^r, \quad A_{x+j} = \sum_{k=0}^{j-1} (1+i)^{j-k} \cdot {}_k p_x \cdot \pi_k^s \quad \text{dla } j \geq 1,$$

$$(D) A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot \pi_k^r, \quad A_{x+j} = \sum_{k=0}^{j-1} (1+i)^{j-k} \cdot \pi_k^s \quad \text{dla } j \geq 1,$$

(E) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawdziwa .

Zadanie 3.

Rozważmy ubezpieczenie n -letnie na życie i dożycie, z sumą ubezpieczenia 1, wystawione (x) i opłacane przez niego za pomocą corocznych składek netto $P_{x:\overline{n}|}$.

Obliczyć $P_{x:\overline{n}|}$ jeśli wiadomo, że:

$$\delta = 0, \quad e_x = 30, \quad e_{x+n-1} = 14, \quad {}_{n-1}p_x = 0,9.$$

- (A) 0,052
- (B) 0,053
- (C) 0,054
- (D) 0,055
- (E) 0,056.

Zadanie 4.

Mając dane:

$$- {}_{10}P_{30} = 0.04$$

$$- P_{30:\overline{10}|} = 0.05$$

$$- A_{40} = 0.5$$

Oblicz $P'_{30:\overline{10}|}$.

Zaznacz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0.01
- (B) 0.015
- (C) 0.02
- (D) 0.026
- (E) 0.03

Zadanie 5.

Oblicz wysokość składki za ryzyko zawartej w szóstej składce w 10-letnim ubezpieczeniu zaopatrzenia dzieci, które gwarantuje wypłatę 1 zł na koniec okresu ubezpieczenia i dodatkowo rentę roczną w wysokości 0,24 zł, w okresie od pierwszej rocznicy kontraktu następującej po dniu zgonu ubezpieczonego aż do końca trwania umowy (w dniu wygaśnięcia umowy renta nie jest już wypłacana!) Początkowy wiek ubezpieczonego wynosi 40 lat.

Dane:

$$i = 0.05$$

$$q_{45} = 0.007$$

$${}_6V = 0,53$$

Odpowiedź:

- (A) 0,007
- (B) 0,008
- (C) 0,009
- (D) 0,010
- (E) 0,011

Zadanie 6.

Rozważmy ubezpieczenie na życie dla osoby w wieku x , w którym świadczenie w wysokości 1 wypłacane jest na koniec roku, w którym nastąpił zgon ubezpieczonego. Składka opłacana jest na początku każdego roku trwania ubezpieczenia. Jeżeli wiadomo, że:

składka netto $\pi_{15} = 0.12$, ${}_{16}V = 0.54$, $p_{x+15} = 0.99$, $v = 0.9$ oraz, że przyjęto założenie Balducciego dotyczące zgonów w ciągu każdego roku trwania ubezpieczenia, podaj wartość ${}_{15+\frac{3}{4}}V$.

Zaznacz najbliższą odpowiedź.

- (A) 0.506
- (B) 0.514
- (C) 0.521
- (D) 0.527
- (E) 0.532

Zadanie 7.

Zakład ubezpieczeń sprzedaje osobie w wieku x 2-letnie ubezpieczenie na wypadek śmierci i dożycia ze świadczeniami płatnymi na końcu roku. Suma ubezpieczenia wynosi 2 000, a składka roczna brutto płatna na początku każdego roku wynosi 1 000. Oprocentowanie lokat w czasie trwania umowy wynosi 8% a stopa techniczna przyjęta do kalkulacji rezerw techniczno-ubezpieczeniowych wynosi 4%. Koszty ponoszone są na początku każdego roku i wynoszą 100 w pierwszym roku oraz 20 w drugim roku trwania ubezpieczenia. Do wyznaczenia rezerw matematycznych zakład stosuje metodę składki netto.

Śmiertelność wynosi: w pierwszym roku trwania ubezpieczenia $q_x = 0.01$ oraz w drugim roku $q_{x+1} = 0.011$.

Wyznacz obecną wartość wyniku technicznego dyskontowanego przy stopie $i = 12\%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość) :

- (A) 70
- (B) 75
- (C) 80
- (D) 85
- (E) 90

Zadanie 8.

W rozpatrywanym modelu o dwóch ryzykach współbieżnych (*ang. double decrement model*) niech $q_x^{(i)}$, $\mu_x^{(i)}$ oznaczają odpowiednio prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia oraz natężenie zajścia zdarzenia w stowarzyszonym modelu pojedynczego ryzyka (*ang. associated single decrement model*). Przyjmijmy następujące oznaczenia: s - oznacza śmierć naturalną oraz n oznacza śmierć w wyniku nieszczęśliwego wypadku.

Dane jest:

- i) $q_x^{(s)} = 0.06$ oraz jest równomiernie rozłożone w ciągu roku,
- ii) $\mu_{x+t}^{(n)} = 0.04$ dla $0 \leq t \leq 1$.

Wyznacz składkę netto za ubezpieczenie na okres 1 roku (bez uwzględnienia oprocentowania) z którego w przypadku zajścia zdarzeń objętych umową wypłacane są następujące świadczenia:

- 1000 w przypadku śmierci naturalnej (zajście zdarzenia a),
- 2000 w przypadku śmierci w wyniku wypadku (zajście zdarzenia b). Podaj najbliższą wartość.

- (A) 133
(B) 134
(C) 135
(D) 136
(E) 137

Zadanie 9.

Oblicz $e_{40:50}^{\circ}$, jeżeli wiadomo że:

- osoba w wieku 50 lat jest niepaląca
- osoba w wieku 40 lat jest paląca
- $\mu_x^p = 2 \cdot \mu_x^n$
- $l_x^n = 100 \cdot (100 - x)$ dla $0 \leq x \leq 100$,

gdzie indeks górny n oznacza osobę niepalącą, natomiast p osobę palącą.

Zaznacz najbliższą odpowiedź.

- (A) 11
- (B) 14
- (C) 17
- (D) 20
- (E) 24

Zadanie 10.

Żona (30) i mąż (35) rozważają zawarcie umowy ubezpieczenia ich wspólnego życia, z sumą ubezpieczenia 1 zł, wypłacaną na koniec roku pierwszej śmierci osobie pozostałej przy życiu lub innym uprawnionym. Regularna składka roczna $P_{30:35}$, płaćta do pierwszej śmierci jest o 1 % mniejsza niż odpowiednia składka $P_{31:36}$, którą musieliby płacić jeśli ubezpieczą się za rok. Dane są ponadto:

$$q_{30} = 0,00055 \quad , \quad q_{35} = 0,003 \quad , \quad v = 0,95 \quad .$$

Obliczyć $P_{30:35}$.

- (A) 0,003
- (B) 0,004
- (C) 0,005
- (D) 0,006
- (E) 0,007

Egzamin dla Aktuariuszy z 14 października 2000 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	A	
2	D	
3	C	
4	E	
5	B	
6	D	
7	B	
8	C	
9	B	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.