

1. Rozważ grupę 1000 osób, urodzonych 1 kwietnia 1950 roku, żyjących 1 stycznia 2001. Wyznacz dalsze trwanie życia tych osób (sumę przeżytych lat) w okresie od 1 stycznia 2001 do 31 grudnia 2002 r., jeżeli wiadomo, że w tej populacji intensywność zgonów jest funkcją schodkową ze skokiem w każdą rocznicę urodzin i stałym poziomem aż do następnych urodzin.

Dane są : $q_{50} = 0.10$ $q_{51} = 0.15$ $q_{52} = 0.20$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 1587 (B) 1632 (C) 1687 (D) 1717
(E) 1842

2. Oceń prawdziwość 18 stwierdzeń w podanej tabeli

Stwierdzenie	Rozkład de Moivre'a	Rozkład wykładniczy
a) wraz z rosnącym t gęstość prawdopodobieństwa $g(t)$	<i>jest stała</i>	<i>maleje</i>
b) wraz z rosnącym t intensywność wymierania μ_{x+t}	<i>rośnie</i>	<i>jest stała</i>
c) wraz z rosnącym t prawdopodobieństwo ${}_tq_x$	<i>rośnie</i>	<i>rośnie</i>
d) wraz z rosnącym x prawdopodobieństwo ${}_tq_x$	<i>rośnie</i>	<i>jest stałe</i>
e) wraz z rosnącym x średnie trwanie życia ${}^o e_x$	<i>maleje</i>	<i>jest stałe</i>
f) wraz z rosnącym x składka \bar{A}_x	<i>rośnie</i>	<i>jest stała</i>
g) wraz z rosnącym x składka \bar{a}_x	<i>maleje</i>	<i>jest stała</i>
h) wraz z rosnącym x składka $A_{x:\overline{n} }^{\frac{1}{}}$	<i>rośnie</i>	<i>jest stała</i>
i) wraz z rosnącym n składka $A_{x:\overline{n} }^{\frac{1}{}}$	<i>maleje</i>	<i>jest stała</i>

Liczba stwierdzeń poprawnych wynosi:

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17
(E) 18

3. Osoba w wieku (x) kupiła za jednorazową składkę netto w wysokości 10 000 zł rentę dożywotnią, która zgodnie z planem technicznym ma być waloryzowana corocznie o techniczną stopę procentową $i=5\%$. Renta wypłaca raz w roku, na początku roku. Oblicz rezerwę netto po 6 latach, jeżeli dane są:

$$e_x = 15$$

$$e_{x+6} = 7$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 6255 (B) 6400 (C) 6545 (D) 6700
(E) 6845

4. Rozważ kontrakt ciągły z sumą ubezpieczenia 100 zł wypłacaną w chwili śmierci. Składki netto są opłacane w formie renty ciągłej ze stałą intensywnością aż do wystąpienia wcześniejszego ze zdarzeń: śmierci lub inwalidztwa. Inwalidztwo jest nieodwracalne, ale nie powoduje wzrostu intensywności wymierania. Intensywność wymierania jest stała i wynosi $\mu = 0.01$ niezależnie od wieku. Wielkością stałą jest również intensywność ulegania inwalidztwu i wynosi ona $\mu^{mw} = 0.002$.

Wyznacz rezerwę netto ${}_{50}\bar{V}$, jeżeli intensywność technicznego oprocentowania wynosi $\delta = 0.04$

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 16
(E) 64

5. Załóżmy, że w populacji jest wykładniczy rozkład dalszego trwania życia. Rozważmy 15-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1 zł, wypłacaną w chwili śmierci lub po 15 latach. Ubezpieczony płaci składki w formie renty ciągłej, ze stałą intensywnością roczną, przez cały okres ubezpieczenia.

Wiadomo, że ${}_{10}\bar{V}(\bar{A}_{x:\overline{15}|}) = 2.3 \cdot {}_5\bar{V}(\bar{A}_{x:\overline{15}|})$.

Oblicz ${}_5\bar{V}(\bar{A}_{x:\overline{15}|})$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0.17 (B) 0.19 (C) 0.21 (D) 0.23
(E) 0.25

6. Dwudziestoletnie ubezpieczenie dla (x) wypłaca świadczenie

20 000 na koniec roku śmierci,

10 000 w momencie dożycia wieku ($x+20$).

Przez cały okres ubezpieczenia płacona jest na początku roku składka netto w wysokości 490 zł.

Po dziesięciu latach ubezpieczenia wiadomo, że podwojenie składki umożliwiłoby wzrost obydwu sum ubezpieczenia o 46%, zaś podwojenie samej kwoty za dożycie spowoduje wzrost składki o 130%.

Podaj wysokość rezerwy składek netto po 10 latach ubezpieczenia. Dane jest $v=0.95$. Podaj najbliższą wartość.

(A) 4255

(B) 4480

(C) 4755

(D) 5070

(E) 5225

7. Osoba 40-letnia zawarła ubezpieczenie rentowe płacące od 60 roku życia dożywotnio 1000 zł rocznie, na początku roku. Składki są płacone do pierwszej wypłaty renty, w stałej wysokości, na początku roku.

Wyznacz roczną składkę brutto, jeżeli:

- od wpłacanych składek pobierany jest narzut na koszty akwizycji. Wynosi on 10% w pierwszych 10 latach oraz 5% w następnych latach,
- pozostałe koszty administracyjne wynoszą w okresie składkowym 80 zł rocznie oraz 100 zł rocznie w okresie rentowym. Koszty te są ponoszone na początku roku.

Dane są: $\ddot{a}_{40} = 15.0665$ $\ddot{a}_{40:\overline{10}|} = 7.8432$ $\ddot{a}_{40:\overline{20}|} = 12.0935$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 350 (B) 366 (C) 382 (D) 398
(E) 414

8. Dwudziestoletnie ubezpieczenie na życie dla osoby (x) wypłaca w momencie śmierci świadczenie:

- $c^{(NW)}(t) = 1000 \cdot (20 - t) \quad t \in [0, 20]$, gdy przyczyną śmierci był nieszczęśliwy wypadek
- $c^{(Inne)}(t) = 1000 \cdot t \quad t \in [0, 20]$, gdy śmierć nastąpiła z innej przyczyny.

Wyznacz jednorazową składkę netto dla tego ubezpieczenia, jeśli wiadomo, że

$$\mu_{x+t}^{(NW)} = \frac{1}{2} \mu_{x+t}^{(Inne)}$$

oraz że w ubezpieczeniu nie rozróżniającym przyczyn śmierci

$$\bar{A}_{x:\overline{20}|}^1 = 0.2235 \quad (\bar{IA})_{x:\overline{20}|}^1 = 2.3550 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 2275 (B) 2425 (C) 2575 (D) 2725
(E) 2875

9. Ubezpieczenie dla dwóch niezależnych osób (z tej samej populacji) w wieku (x) oraz ($x+1$) płaci 1000 zł na koniec roku pierwszej śmierci. Wyznacz składkę netto dla tego ubezpieczenia, płaconą w stałej kwocie na początku każdego roku aż do pierwszej śmierci, jeśli wiadomo że:

$$p_x = 0.9 \quad p_{x+1} = 0.85 \quad v = 0.95 \quad A_{x+1:x+2} = 0.24$$

Podaj najbliższą wartość

- (A) 29 (B) 31 (C) 33 (D) 35
(E) 37

10. Dany jest plan emerytalny, wypłacający miesięczną emeryturę w wysokości 2% wynagrodzenia z ostatniego miesiąca pracy za każdy skończony rok stażu.

Rozpatrzmy 50-letniego uczestnika z 20-letnim stażem, który, jeśli przejdzie na emeryturę, to będzie miał 60.5 lat oraz będzie zarabiał 2000 zł miesięcznie.

Dane są:

$${}_tP_{50}^{(\tau)} = \frac{n-50-t}{n-50} \quad \text{gdzie } n \in \mathbb{N}$$

$$\ddot{a}_{50+t}^{(12)} = 20 - \frac{t}{3} \quad v=0.95$$

Wyznacz obecną wartość emerytury tego uczestnika, jeśli wiadomo, że za rok wartość ta będzie o 7.41% wyższa.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 105 140 (B) 106 240 (C) 107 340
(D) 108 440 (E) 109 540

Egzamin dla Aktuariuszy z 8 kwietnia 2000 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	C	
3	D	
4	B	
5	E	
6	A	
7	C	
8	A	
9	C	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.