**1.** W danej populacji śmiertelnością rządzi prawo Weibulla z intensywnością wymierania

$$\mu_{x+t} = k \cdot (x+t) \text{ , gdzie parametr } k > 0 \text{ .}$$

Oblicz $\dfrac{SD(T(0))}{E(T(0))}$ (*SD* oznacza odchylenie standardowe). Podaj najbliższą wartość.

(A) 0.47 (B) 0.52 (C) 0.57 (D) 0.62
(E) 0.67

**2.** Rozważmy dwa założenia dotyczące technicznej intensywności oprocentowania oraz intensywności wymierania, czyli $\delta_i$ oraz $\mu_x^{(i)}$ dla i = 1 , 2 . Załóżmy, że dla każdego wieku *x* zachodzi równość

$$\mu_x^{(2)} - \mu_x^{(1)} + \delta_2 - \delta_1 = 0 \ .$$

Wówczas między $\overline{A}_x^{(2)}$ a $\overline{A}_x^{(1)}$ zachodzi związek:

(A) $\overline{A}_x^{(2)} = \left(1 - \dfrac{\delta_1}{\delta_2}\right) + \dfrac{\delta_1}{\delta_2} \cdot \overline{A}_x^{(1)}$

(B) $\overline{A}_x^{(2)} = \dfrac{\delta_1}{\delta_2} \cdot \overline{A}_x^{(1)}$

(C) $\overline{A}_x^{(2)} = \dfrac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \overline{A}_x^{(1)}$

(D) $\overline{A}_x^{(2)} = \left(1 - \dfrac{\delta_2}{\delta_1}\right) + \dfrac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \overline{A}_x^{(1)}$

(E) $\overline{A}_x^{(2)} = \overline{A}_x^{(1)} + \left(\dfrac{\delta_2}{\delta_1} - 1\right)$

**3.** Załóżmy, że w danej populacji długość życia ma rozkład wykładniczy. Na życie $(x)$ wystawiono bezterminowe ubezpieczenie ze świadczeniem rosnącym, wypłacające w chwili śmierci sumę $c_t = t$ w przypadku śmierci w wieku $(x+t)$. Ubezpieczenie to zakupione zostało za jednorazową składkę netto. Wyznacz tę składkę, jeśli rezerwa netto po 2 latach wynosi 9.20 zł, a po 5 latach 10.50 zł .

(A) 8.30 (B) 8.40 (C) 8.50 (D) 8.60
(E) 8.70

**4.** Rozważmy kraj, w którym dalsze trwanie życia ma rozkład wykładniczy, a przeciętne dalsze trwanie życia wynosi 80 lat. Ubezpieczyciel oferuje następujący produkt rentowy: w dowolnie wybranym momencie można przystąpić do ubezpieczenia, zadeklarować stałą roczną intensywność składki netto $\overline{\pi}$ i po $n$ latach płacenia składek uzyskać dożywotnią rentę wypłacaną ze stałą roczną intensywnością $\overline{\pi}$.
Podaj najbliższą całkowitą wartość $n$, jeśli intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 4\%$.

(A) 13 (B) 20 (C) 26 (D) 32
(E) 39

**5.** W $n$-letnim ($n$>11) ubezpieczeniu na życie i dożycie dla ($x$) z sumą ubezpieczenia 10 000 zł roczna składka netto płacona na początku 11 roku ubezpieczenia wynosi 335 zł, a rezerwy netto

$$ {}_{10}V_{x:\overline{n}|} = 3773 \quad \text{oraz} \quad {}_{11}V_{x:\overline{n}|} = 4252 \; . $$

Wyznacz rezerwę ${}_{10+\frac{2}{3}}V_{x:\overline{n}|}$, jeśli i=5%, a śmiertelność ma w ciągu roku jednostajny rozkład. Podaj najbliższą wartość.

(A) 4164 (B) 4174 (C) 4184 (D) 4194
(E) 4204

**6.** Dane są:

$$\frac{P_{x+k}}{P_x} = 1.79 \qquad \frac{\ddot{a}_{x+k}}{\ddot{a}_x} = 0.793 \qquad \text{d=8\% .}$$

Podaj najbliższą wartość $P_x$ .

(A) 0.0395 (B) 0.0405 (C) 0.0415

(D) 0.0425 (E) 0.0435

**7.** Rozpatrujemy jednorazową składkę netto w 20-letnim ubezpieczeniu na życie $(x)$ wypłacającym sumę ubezpieczenia w momencie śmierci.

Wiadomo, że ubezpieczenie (i) wypłacające 1000 zł bez względu na rodzaj śmierci kosztuje o $K$ zł taniej niż ubezpieczenie (ii) wypłacające 1500 zł, gdy przyczyną śmierci jest nieszczęśliwy wypadek lub 750 zł dla śmierci z innych przyczyn. Podaj jednorazową składkę netto za ubezpieczenie (i), jeśli:

$$\mu_{x+t}^{(NW)} = \frac{t}{100} \qquad \mu_{x+t}^{(inne)} = \frac{t}{60}$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) $4K$ (B) $8K$ (C) $16K$ (D) $24K$
(E) $32K$

**8.** Na życie ($x$) zawarte zostało bezterminowe ubezpieczenie wypłacające 100 000 na koniec roku śmierci, ze stałą składką brutto $P$, płatną dożywotnio na początku każdego roku.

Po 20 latach ubezpieczony przerwał płacenie składek, korzystając z klauzuli automatycznego zadłużenia polisy.

Na koniec 25 roku ubezpieczenia zdecydował się na zmianę ubezpieczenia na bezskładkowe ubezpieczenie terminowe z sumą ubezpieczenia równą świadczeniu śmiertelnemu w 25-tym roku w dotychczasowym kontrakcie. Okazało się, że przy obecnej wartości gotówkowej polisy zasada ekwiwalentności wyznacza okres tak zmodyfikowanego ubezpieczenia na dokładnie 14 lat.

Wyznacz wysokość zadłużenia tuż przed zmianą warunków ubezpieczenia, jeśli w składce brutto, obok innych narzutów na koszty, występuje narzut na koszty początkowe ubezpieczenia w wysokości 4% rocznej składki netto.

Dane są:

| | | |
|---|---|---|
| $D_x = 223\,300$ | $D_{x+25} = 56\,216$ | $D_{x+39} = 19\,050$ |
| $M_x = 39\,316$ | $M_{x+25} = 24\,211$ | $M_{x+39} = 11\,605$ |
| $N_x = 3\,863\,668$ | $N_{x+25} = 672\,107$ | $N_{x+39} = 156\,350$ |

Podaj najbliższą wartość.

(A) 10 300 (B) 10 340 (C) 10 380 (D) 10 420
(E) 10 460

**9**. Trzy osoby w wieku ($x$), ($y$), ($z$) zakupiły bezterminowe ubezpieczenie na życie, wypłacające 20 000 zł na koniec roku pierwszej śmierci oraz 10 000 zł na koniec roku drugiej śmierci. Roczna składka płacona jest w stałej wysokości na początku każdego roku ubezpieczenia do drugiej śmierci.

Podaj roczną składkę netto w tym ubezpieczeniu. Dane są:

$\ddot{a}_{x:y} = 7{,}6$ $\ddot{a}_{x:z} = 8{,}0$ $\ddot{a}_{y:z} = 10{,}0$ $\ddot{a}_{x:y:z} = 7{,}2$ $d = 6\%$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 1090 (B) 1200 (C) 1310 (D) 1420

(E) 1530

**10.** W planie emerytalnym kohorta 800 uczestników w wieku 50 lat nabyła prawo do refundacji wpłacanych składek w przypadku rezygnacji z uczestnictwa w planie. Po osiągnięciu 60 lat składki nie są zwracane i rezygnacja z uczestnictwa jest uznawana za przejście na emeryturę. Składki są zwracane z oprocentowaniem równym stopie technicznej planu w taki sposób, że tegoroczna składka $\pi_{50}$ jest zwracana w kwocie $\pi_{50}(1+i)^k$ , jeśli rezygnacja nastąpiła w k+1 roku od ukończenia 50 lat, k>0. Składki wpłacane w roku rezygnacji są zwracane bez oprocentowania.

Wyznacz obecną wartość (na moment ukończenia 50 lat) refundacji składek wpłaconych w tym roku (do ukończenia 51 lat) przez uczestnika planu z uwzględnieniem rezygnacji aż do wieku emerytalnego. Tegoroczna składka płacona jest w sposób ciągły ze stałą intensywnością roczną $\pi_{50} = 2400$ zł. Wewnątrz każdego roku rezygnacje mają rozkład równomierny. Refundacja składek następuje w momencie rezygnacji. Wiadomo, że z obecnej kohorty 50-latków w wieku przedemerytalnym z uczestnictwa zrezygnuje 120 osób, z tego 40 osób przed osiągnięciem 51 lat. Techniczna stopa procentowa wynosi $i$=5% .

Podaj najbliższą wartość.

(A) 286 (B) 290 (C) 293 (D) 298

(E) 300

# Egzamin dla Aktuariuszy z 15 stycznia 2000 r.

## Matematyka ubezpieczeń życiowych

## Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ........Klucz odpowiedzi............

Pesel ...........................................................................................

| Zadanie nr | Odpowiedź | Punktacja♦ |
|---|---|---|
| 1 | B | |
| 2 | D | |
| 3 | A | |
| 4 | A | |
| 5 | E | |
| 6 | A | |
| 7 | E | |
| 8 | A | |
| 9 | C | |
| 10 | C | |
| | | |

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.