

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**LXV Egzamin dla Aktuariuszy z 30 września 2013 r.**

**Część I**

**Matematyka finansowa**

**WERSJA TESTU A**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:**

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Niech  $S(t)$  będzie ceną spot akcji w chwili (roku)  $t$ . Akcja ta nie wypłaca dywidendy w najbliższym roku. Zakładamy, że cena tej akcji opisana jest przez proces:

$$S(t) = S(0) \cdot \exp(\sigma \cdot \sqrt{t} \cdot Z), t > 0,$$

gdzie  $Z \sim N(0,1)$  oraz, że rynek nie dopuszcza arbitrażu. Ponadto, intensywność oprocentowania wynosi 5% w skali roku, zmienność  $\sigma$  ceny akcji wynosi 30%, a  $S(0) = 100$ .

Rozważmy kontrakt, który po roku daje posiadaczowi wypłatę:

$$\frac{\max(S(1), S(0))}{S(0)}.$$

Wyznaczyć cenę tego kontraktu w chwili 0 (proszę podać najbliższą odpowiedź):

- A) 0.87
- B) 0.95
- C) 1.00
- D) 1.09
- E) 1.15

- 
2. Dwuletnia obligacja korporacyjna o nominale 1 000 PLN i płatnym rocznie kuponie w wysokości 7% nominału, w momencie emisji wyceniana jest przez rynek na 977.80 PLN.

Na tym samym rynku:

- roczna obligacja rządowa o nominale 1 000 PLN z płatnym rocznie kuponem w wysokości 5 % nominału wyceniana jest na 1 000 PLN,
- dwuletnia obligacja rządowa o nominale 1 000 PLN z płatnym rocznie kuponem w wysokości 5 % nominału wyceniana jest na 1 000 PLN.

Jakiego narzutu na ryzyko kredytowe używa rynek przy wycenie obligacji korporacyjnej (proszę podać najbliższą odpowiedź)?

- A) 2.25%
- B) 2.50%
- C) 2.75%
- D) 3.00%
- E) 3.25%

3. Na rynku dostępna jest akcja spółki A, której bieżąca cena wynosi  $S_0 = 200$  PLN. Przyjmujemy dwa scenariusze rozwoju rynku finansowego:

- scenariusz 1: po roku cena akcji spółki A wzrośnie o 10%,
- scenariusz 2: po roku cena akcji spółki A spadnie o 12%.

Inwestor przyjmuje krótką pozycję „stelaza” (*short straddle spread*) polegającą na wystawieniu europejskiej opcji kupna i europejskiej opcji sprzedaży na akcję spółki A o tej samej cenie wykonania równej  $S_0$  i okresie wykonania równym 1 rok. W celu osłony pozycji inwestor stosuje strategię zabezpieczającą polegającą na stworzeniu w chwili  $t=0$  portfela, który replikuje w chwili wykonania wypłatę z pozycji w opcjach.

Portfel replikujący składa się z:

- akcji spółki A w ilości  $\Delta_0$  (zakładamy idealną podzielność aktywów),
- instrumentu wolnego od ryzyka o wartości w chwili  $t=0$  równej  $B_0$ .

Instrument wolny od ryzyka zarabia w skali roku stopę 5%. Zakładamy, że akcja spółki A nie wypłaca dywidendy. Zakładamy również brak kosztów transakcji wynikających z przyjęcia pozycji w opcjach.

Wartość  $B_0$  instrumentu wolnego od ryzyka wynosi (proszę podać najbliższą wartość):

- A) – 24.00 PLN (krótka pozycja: inwestor pożyczka instrument)
- B) – 35.20 PLN (krótka pozycja: inwestor pożyczka instrument)
- C) – 38.10 PLN (krótka pozycja: inwestor pożyczka instrument)
- D) 24.00 PLN (długa pozycja: inwestor nabywa instrument)
- E) 38.10 PLN (długa pozycja: inwestor nabywa instrument)

4. Inwestor zaciągnął pożyczkę, którą musi spłacić w kwocie 5 000 PLN za 5 lat od chwili obecnej. Inwestor nie jest obciążony żadnymi odsetkami wynikającymi z tej pożyczki i jest ona jego jedynym zobowiązaniem. Aby zabezpieczyć spłatę zobowiązania inwestor postanawia nabyć w chwili obecnej 2-letnią zero-kuponową obligację rządową za kwotę  $X$  PLN oraz 10-letnią zero-kuponową obligację rządową za kwotę  $Y$  PLN. Strategia zabezpieczająca polega na dopasowaniu obecnej wartości zobowiązań do obecnej wartości portfela obligacji oraz zapewnieniu, że zmiana wartości obecnej zobowiązań pod wpływem niewielkich wahań stopy dochodowości jest taka sama jak zmiana wartości portfela obligacji pod wpływem wahań tej stopy.

Stopa rentowności strony zobowiązań jest taka sama jak stopa rentowności portfela obligacji i w okresie 10 lat wynosi  $i_0 = 5\%$  w skali roku przy kapitalizacji dyskretniej. Jest to jednocześnie stopa dyskontowa, przy której możliwa jest immunizacja portfela zobowiązań. Wówczas wartość  $X$  spełnia warunek:

- A)  $X < 2\,300$
- B)  $2\,300 \leq X < 2\,400$
- C)  $2\,400 \leq X < 2\,500$
- D)  $2\,500 \leq X < 2\,600$
- E)  $2\,600 \leq X$

- 
5. Na rynku Blacka-Scholesa akcja A (akcja nie wypłaca dywidendy) ma cenę 100. W skali roku oczekiwany zwrot wynosi  $\mu = 5\%$ , natomiast współczynnik zmienności  $\sigma = 16\%$ . Wyznaczyć 95% przedział ufności dla ceny akcji A za 2 miesiące (proszę podać najbliższą odpowiedź).

- A) (88.5 – 114.4)
- B) (87.5 – 115.4)
- C) (86.5 – 116.4)
- D) (85.5 – 117.4)
- E) (84.5 – 118.4)

6. Na rynku Blacka-Scholesa w chwili  $t = 0$  dostępna jest opcja  $\mathcal{O}$  na akcję  $\mathcal{A}$  (akcja nie płaci dywidendy). Wypłata z opcji  $\mathcal{O}$  w chwili  $T = 1$  zadana jest wzorem

$$X = \max(\min(K_1, S_T^{\mathcal{A}}), K_2),$$

gdzie  $S_t^{\mathcal{A}}$  jest ceną akcji  $\mathcal{A}$  w chwili  $t$ . W chwili  $t = 0$  cena akcji  $\mathcal{A}$  wynosi 100, stopa wolna od ryzyka w skali roku wynosi 0.04, natomiast współczynnik zmienności  $\sigma = 0.1$ . Zakładając, że  $K_1 = 120$  i  $K_2 = 115$  proszę wyznaczyć cenę opcji  $\mathcal{O}$  (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 109
- B) 110
- C) 111
- D) 112
- E) 113

7. Fundusz oszczędnościowo-rozliczeniowy funkcjonuje w sposób następujący:

- na początku pierwszego roku działalności funduszu dokonywana jest pierwsza wpłata w kwocie 80 000,
- na końcu każdego roku dokonywana jest wypłata w wysokości 20% aktualnego stanu funduszu,
- na początku każdego roku, począwszy od drugiego roku działalności, dokonywana jest wpłata do funduszu w stałej wysokości  $A$ ,
- stopa procentowa funduszu wynosi 6%.

Wiadomo, że łączna kwota wypłacona z funduszu w okresie od początku 10 roku do końca 20 roku działalności funduszu wynosi 68 778.

Wartość funduszu systematycznie maleje. Po zakończeniu którego roku działalności funduszu (i dokonaniu stałej wpłaty na początku następnego roku) jego wartość po raz pierwszy obniży się poniżej 30% wartości początkowej?

- A) 25
- B) 26
- C) 27
- D) 28
- E) 29



8. Bank udzielił klientowi kredytu o wartości 150 000, który będzie przekazany klientowi w równych transzach na początku każdego roku przez okres 12 lat.

Każda transza kredytu spłacana jest za pomocą 6 – letniej renty o jednakowych płatnościach na końcu każdego roku, przy czym pierwsza rata spłaty zostaje dokonana rok po otrzymaniu transzy kredytu.

Bank udziela kredytów stosując oprocentowanie takie, że każdy kredyt spłacany równymi ratami na końcu roku przez okres kolejnych 5 lat następujących po otrzymaniu kredytu, mógłby być również spłacony, w analogiczny sposób przez okres 10 lat, ratami mniejszymi o 41%.

Przed wypłaceniem 5 transzy kredytu bank zgodził się obniżyć raty spłaty tej i wszystkich następnych transz (spłacanie poprzednich transz pozostało bez zmiany) w ten sposób, że rata płatna na końcu roku  $k = 1, 2, \dots, 6$  będzie równa  $(1 - \frac{7-k}{100}) * a$ , gdzie  $a$  oznacza pierwotną wielkość raty spłaty.

Bank, chcąc zachować otrzymywane płatności z tytułu każdej transzy kredytu na dotychczasowej wysokości, w chwili wypłaty 5 transzy zainwestował odpowiednią kwotę w funduszu inwestycyjnym ze stopą zwrotu 8%, co będzie wystarczające, aby wypłaty z funduszu dokonywane na końcu każdego roku pokryły różnicę pomiędzy łączną wpłatą, jak miała być dokonana przez kredytobiorcę, a wpłatą faktyczną.

Obliczyć ile wynosi minimalna wielkość kwoty, którą należy zainwestować w funduszu inwestycyjnym (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 4 110
- B) 4 120
- C) 4 130
- D) 4 140
- E) 4 150

9. Kredyt o wartości 100 000, zaciągnięty na okres 8 lat, jest spłacany ratami na końcu każdego roku, przy czym każda następna rata jest o 5% mniejsza od poprzedniej.

O procentowaniu kredytu, które jest zmienne, wiadomo, że wynosi

- 7% w roku 1 i 3,
- 8% w roku 2 i 8,
- 7.5% w roku 4 i 6.

Ponadto wiadomo, że oprocentowanie w roku 5 i 7 jest takie samo.

Wiedząc, że po zapłaceniu 6 raty pozostałe zadłużenie wynosiło 25 600, obliczyć wartość pierwszej raty spłaty kredytu (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 19 700
- B) 19 710
- C) 19 720
- D) 19 730
- E) 19 740

**10.** Kredyt hipoteczny o wartości 500 000, oprocentowany na poziomie 5%, miał być spłacany w okresie 30 lat równymi ratami płatnymi na końcu roku.

Zaraz po zapłaceniu 10 raty kredytobiorca dokonał dodatkowej wpłaty spłacając część pozostałego zadłużenia.

Kredytobiorca uzgodnił z bankiem, że dalsze spłaty kredytu będą dokonywane przez następne 20 lat równymi ratami płatnymi na końcu roku.

Po zapłaceniu raty na końcu 20 roku (licząc od dnia uzyskania kredytu) ustalono, że kredytobiorca będzie spłacał kredyt w ostatnich 10 latach ratami płatnymi na końcu roku, których wartość będzie się zmniejszać co roku o 1 000.

Wiadomo, że suma zapłaconych odsetek w ostatnich 10 latach wyniosła 47 862. Obliczyć jaką część zadłużenia kredytobiorca spłacił dokonując dodatkowej wpłaty na końcu 10 roku (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 0.20
- B) 0.25
- C) 0.30
- D) 0.35
- E) 0.40

**Egzamin dla Aktuariuszy z 30 września 2013 r.****Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko: .....

Pesel: .....

OZNACZENIE WERSJI TESTU .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	E	
3	C	
4	C	
5	A	
6	C	
7	A	
8	B	
9	D	
10	C	

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.