
Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 25 marca 2013 r.

Część I

Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Rozważmy zapadający za 2 lata instrument o następującej funkcji wypłaty:

$$w(S_2) = \begin{cases} 100\,000 \text{ PLN}, & S_2 > 100, \\ 0 \text{ PLN}, & S_2 \leq 100, \end{cases}$$

gdzie S_2 oznacza cenę niepłacącej dywidendy akcji S na moment zapadalności instrumentu. Przy standardowych założeniach modelu Blacka-Scholesa wycenić ten instrument wiedząc, że:

- roczna intensywność oprocentowania wynosi 0.04,
- roczna zmienność ceny akcji wynosi 20%,
- cena akcji w momencie wyceny instrumentu wynosi 90.

Tak obliczona wartość instrumentu wynosi (podać najbliższą odpowiedź):

- A) 38 000 PLN
- B) 48 000 PLN
- C) 64 000 PLN
- D) 73 000 PLN
- E) 92 000 PLN

2. Na rynku, na którym poziom stopy zerokuponowej (w ujęciu rocznym) nie zależy od okresu do zapadalności, inwestor rozważa zakup 5-letniej obligacji o nominale 1 000 PLN, płaćcej roczny kupon w wysokości 5% i posiadającej wbudowaną opcję wcześniejszego wykupu przez emitenta za 3 lata od emisji, ale po płatności trzeciego kuponu, po cenie 1 000 PLN. Opcja ta jest wykonywana przez emitenta zawsze, gdy jest to dla niego korzystne. Inwestor dokonuje wyceny opisanej obligacji przy założeniu, że stopa zerokuponowa za 3 lata ma rozkład jednostajny na przedziale $[4\%, 8\%]$. Ponadto wiadomo, że w momencie wyceny stopa zerokuponowa (w ujęciu rocznym) wynosi 6%. Na jaką kwotę, stosując opisany model, inwestor wyceni rozważaną obligację (podać najbliższą odpowiedź)?
- A) 803 PLN
 - B) 956 PLN
 - C) 958 PLN
 - D) 1 000 PLN
 - E) 1 044 PLN

3. Rozważmy dwa ciągle strumienie płatności α i β , o intensywnościach $\alpha(t) = t$, $t \geq 0$ oraz $\beta(t) = t^2$, $t \geq 0$. Intensywność oprocentowania jest stała i wynosi $\delta > 0$. Oznaczmy przez $MacD_\alpha(t, \delta)$ *Macaulay Duration* w chwili t dla strumienia płatności α , a przez $MacD_\beta(t, \delta)$ *Macaulay Duration* w chwili t dla strumienia płatności β . Wówczas:

- A) $MacD_\beta(0, \delta)/MacD_\alpha(0, \delta) = \delta$
- B) $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = \delta$
- C) $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = 1$
- D) $MacD_\beta(0, \delta)/MacD_\alpha(0, \delta) = 2/3$
- E) $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = 2/3$

Wskazówka:

$$MacD(t, i) = (1 + i) \cdot ModD(t, i) = (1 + i) \cdot \frac{-1}{P(t, i)} \cdot \frac{\partial P(t, i)}{\partial i},$$

gdzie

$$1 + i = e^\delta,$$

a $P(t, i)$ oznacza wartość obecną strumienia płatności w chwili t wyznaczoną przy stopie procentowej i .

4. Niech dany będzie instrument finansowy I o następujących własnościach:
- (i) Instrument podzielony jest na transze A, B i C. Nabywca może kupić od emitenta udziały w dowolnej transzy. Ceny zakupu jednego udziału w poszczególnych transzach wynoszą odpowiednio c_A, c_B, c_C .
 - (ii) W ramach instrumentu do nabycia jest 200 udziałów w transzy A, 600 udziałów w transzy B i 200 udziałów w transzy C. Zakładamy, że w momencie emisji wszystkie udziały zostały sprzedane. Każdy z udziałów ma nominal $N_I = 500\,000$ PLN.
 - (iii) Instrument powiązany jest z dziesięcioma trzyletnimi obligacjami – $O_1, O_2, \dots, O_{10}$ – wyemitowanymi przez różnych emitentów. Każda z obligacji ma nominal $N_O = 100\,000\,000$ PLN i płaci na koniec każdego roku kupony w wysokości 5% nominalu, o ile emitent obligacji nie zbankrutował do momentu płatności kuponu. Na koniec okresu inwestycji nie jest zwracany nominal obligacji.
 - (iv) Z kuponów finansowane są płatności dla nabywców udziałów w transzach instrumentu I . Procedura płatności jest następująca: najpierw realizowane są zobowiązania wobec posiadaczy udziałów w transzy A; następnie, z pozostałych środków, realizowane są zobowiązania wobec posiadaczy udziałów w transzy B; a następnie z reszty środków – w ramach transzy C.
 - (v) O ile nie nastąpiły żadne bankructwa emitentów obligacji posiadacze udziałów w poszczególnych transzach mogą liczyć na następujące wypłaty na koniec poszczególnych lat: w transzy A 5% od kwoty nominalu N_I , w transzy B 10% od kwoty nominalu N_I , w transzy C 15% od kwoty nominalu N_I . Gdyby w efekcie bankructw emitentów obligacji brakowało środków na realizację wypłat w pełnym zakresie, dostępne środki rozdzielane są po równo pomiędzy udziałowców danej transzy, z uwzględnieniem hierarchii opisanej w punkcie (iv).
 - (vi) Emitent instrumentu I ustala ceny udziałów c_A, c_B, c_C jako wartość oczekiwaną przyszłych wypłat z tytułu udziału w danej transzy, zdyskontowanych na moment $t = 0$. Emitent instrumentu I przyjmuje, że bankructwa poszczególnych emitentów obligacji są od siebie niezależne. Zakłada także, że w ciągu najbliższych 3 lat prawdopodobieństwo bankructwa emitenta obligacji w okresie jednego roku jest stałe we wszystkich latach i dla wszystkich emitentów i wynosi $p = 0.2$. Do dyskontowania emitent instrumentu I używa stałej rocznej stopy $i = 0.05$.

Stosunek $\frac{c_A}{c_C}$ wynosi (podać najbliższą odpowiedź):

- A) 0.52
- B) 0.60
- C) 0.75
- D) 1.85
- E) 4.60

5. Firma A posiada trzyletnią obligację zerokuponową firmy B o nominale 1000 PLN. Prawdopodobieństwo bankructwa firmy B w okresie $[i-1, i)$, dla $i = 1, 2, 3$, wynosi $p_i = i \cdot 6\%$. Czynniki dyskontowe w każdym z powyższych okresów równy jest 0.95. W przypadku niewypłacalności firmy B firma A w momencie zapadalności obligacji odzyska 25% nominalu.

Firma A, chcąc się zabezpieczyć przed stratami związanymi z niewypłacalnością firmy B, może:

(i) Zakupić w chwili $i = 0$ od banku instrument CDS (*Credit Default Swap*) na następujących zasadach:

- W przypadku braku niewypłacalności firmy B w okresie $[i-1, i)$, dla $i = 1, 2, 3$, w momencie i firma A płaci bankowi stałą składkę w wysokości $K \cdot (4 - i)\%$ nominalu obligacji.
- W przypadku niewypłacalności firmy B w dowolnej chwili okresu $[0, 3]$, w momencie $i = 3$ bank przejmuje od firmy A obligację wypłacając równocześnie nominal.
- Bank nie pobiera dodatkowej marży.

(ii) Zakupić w chwili $i = 0$ pewną liczbę trzyletnich europejskich opcji sprzedaży na akcje firmy B. Cena jednej opcji o cenie wykonania 10 PLN wynosi X . Zakładamy, że w przypadku bankructwa firmy B cena akcji spada do 0 PLN.

Dla firmy A obie strategie mają taki sam koszt (w sensie wartości obecnej) w chwili $i = 0$. Wyznaczyć wartość X (podać najbliższą odpowiedź):

- A) 2.45
- B) 2.75
- C) 3.05
- D) 3.35
- E) 3.65

6. Cena pewnej opcji sprzedaży na akcję S niepłacącą dywidendy, wyznaczona w oparciu o model Blacka-Scholesa, w chwili $t = 0$ wynosi $C = 3$. Cena akcji S w chwili $t = 0$ wynosi 40, natomiast parametr zmienności tej akcji $\sigma = 0.1$. Czas do zapadalności opcji to $T = 1$. W chwili $t = 0$ znana jest wartość dwóch parametrów greckich dla tej opcji sprzedaży, a mianowicie:

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} = -0.69, \quad \nu = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 14.11.$$

Oszacować o ile zmieniłaby się cena opcji sprzedaży w przypadku gdyby cena akcji S nagle wzrosła o 1 (podać najbliższą odpowiedź).

- A) -0.55
- B) -0.65
- C) -0.75
- D) -0.85
- E) -0.95

7. Poniżej przedstawione zostały cztery wzory matematyczne, w których występują wielkości finansowe oznaczone standardowymi symbolami.

- $\frac{d^n}{dv^n}(v^{n-1} \cdot \delta) = \frac{-(1+i) \cdot (n-1)!}{v}$, gdzie δ należy traktować jako funkcję v ,
- $(\bar{D}\bar{a})_{\overline{n}|} = \frac{n}{\delta^2} - \frac{\bar{a}_{\overline{n}|}}{\delta}$,
- $(I^{(m)}a)_{\overline{\infty}|}^{(m)} = \frac{i^{(m)} \cdot d^{(m)}}{m \cdot (i^{(m)} - d^{(m)})}$,
- $\sum_{t=1}^n (Ia)_{\overline{t}|} = \frac{\frac{n}{v} - 2 \cdot \bar{a}_{\overline{n}|} + n \cdot v^n}{i^2}$.

Ustalić, ile wzorów jest prawdziwych.

- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1
- E) 0

8. Renta wieczysta $R1$, wypłaca na początku roku n kwotę $\frac{1}{((n-1)!)^2}$, gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$

Niech $y(v)$ oznacza wartość obecną tej renty obliczoną przy zastosowaniu czynnika dyskontującego v .

Rozważmy funkcję: $z(v) = v \cdot y''(v) - y'(v) + y(v)$.

Funkcja $z(v)$ wyraża wartość obecną renty wieczystej $R2$ płatnej na końcu każdego roku, obliczoną również przy zastosowaniu czynnika dyskontującego v .

Obliczyć różnicę pomiędzy 19- tą i 20-tą ratą (rata 19 – rata 20) renty $R2$.

A) $\frac{790}{19! \cdot 21!}$

B) $\frac{792}{19! \cdot 21!}$

C) $\frac{794}{19! \cdot 21!}$

D) $\frac{796}{19! \cdot 21!}$

E) $\frac{798}{19! \cdot 21!}$

9. Kredyt mieszkaniowy zaciągnięty w kwocie 200 000 spłacany jest ratami płatnymi na końcu każdego roku, w ciągu 25 lat. Rata spłaty kredytu co roku zwiększa się o 1%.

Ile wynosi rata spłaty kredytu zapłacona na końcu pierwszego roku, jeżeli oprocentowanie kredytu jest następujące:

- 8% w latach $5k + 1$,
- 9% w latach $5k + 2$,
- 10% w latach $5k + 3$,
- 7% w latach $5k + 4$,
- 6% w latach $5k + 5$,

gdzie $k = 0, 1, 2, 3, 4$? Podać najbliższą wartość.

- A) 17 400
- B) 17 500
- C) 17 600
- D) 17 700
- E) 17 800

10. Zasady spłaty kredytu o wartości 400 000 są następujące:

- raty spłaty kredytu są płatne na końcu każdego roku, przez okres 20 lat,
- w pierwszym dziesięcioleciu rata płatna na końcu pierwszego roku wynosi X , a każda kolejna rata jest większa od poprzedniej o 3 000,
- w drugim dziesięcioleciu schemat spłat można przedstawić następująco:
 $Y, Y-1\,000, Y-2\,000, Y-3\,000, Y-4\,000, Y-4\,000, Y-3\,000, Y-2\,000, Y-1\,000, Y,$
- oprocentowanie w pierwszym dziesięcioleciu wynosi 12%, a w drugim 10%,
- różnica między odsetkami zapłaconymi w 7 racie a odsetkami zapłaconymi w 13 racie wynosi 24 720.50.

Obliczyć ile wynosi suma $X + Y$ (podać najbliższą wartość).

- A) 80 528
- B) 80 628
- C) 80 728
- D) 80 828
- E) 80 928

Egzamin dla Aktuariuszy z 25 marca 2013 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	A	
2	B	
3	E	
4	D	
5	B	
6	B	
7	E	
8	D	
9	A	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.