Zadanie 1. Ilość szkód dla pewnego jednorodnego portfela ma rozkład Poissona, a wartość szkody ma rozkład określony na zbiorze $\{1,2,3,4\}$. $\mathrm{E}\left[(S-k)_+\right]$, tzn. składka netto za nadwyżkę łącznej wartości szkód ponad k wynosi:

k	3	4	5	6
$\mathrm{E}\left[(S-k)_+\right]$	0.165	0.089	0.038	0.017

Prawdopodobieństwo, iż łączna wartość szkód wyniesie 4 lub 5 wynosi:

(A) 0.038

(B) 0.055

(C) 0.059

(D) 0.076

(E) brakuje danych do udzielenia jednoznacznej odpowiedzi

Zadanie 2. Dla pewnego ryzyka ilość szkód ma rozkład Poissona z wartością oczekiwaną 0.1 i rozkład wartości pojedynczej szkody dany gęstością:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3000}{(10+x)^4} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$$

Składka netto za pokrycie każdej szkody z tego ryzyka do wysokości 5 ponad pierwsze10 wynosi:

(A) 0.450

(B) 0.125

(C) 0.080

(D) 0.045

(E) żadna z powyższych odpowiedzi

Zadanie 3. Wartość szkody ma rozkład wykładniczy ze średnią 2. O ile procent wzrośnie składka netto za nadwyżkę szkody do wysokości $(d_2 - d_1)$ ponad wartość d_1, jeśli dolny i górny limit są niezmienne i wynoszą $d_1 = 2\ln 2$, $d_2 = 4\ln 2$, natomiast ceny, w jakich wyrażona jest szkoda, wzrosły dwukrotnie (o 100%)?

(A) 65%

(B) 80%

(C) 100%

(D) 125%

(E) 155%

Zadanie 4. Ilość szkód N ma rozkład dany rekurencyjnie:

$$\Pr(N=0)=0.25,$$

$$\frac{\Pr(N=k)}{\Pr(N=k-1)}=\frac{\ln 2}{k}, \qquad k=2,3,\dots .$$

Stosunek wariancji do wartości oczekiwanej zmiennej N wynosi:

(A) $\frac{\ln 2}{2}$

(B) $\ln 2$

(C) $1-\frac{\ln 2}{2}$

(D) $2\ln 2$

(E) $2-\ln 2$

Zadanie 5. X_1 i X_2 to dwa niezależne ryzyka o zbiorze możliwych wartości $\{0,1,2,...\}$. Znamy wartości dystrybuanty $F_1(x) = \Pr(X_1 \le x)$ oraz $F_S(x) = \Pr(X_1 + X_2 \le x)$:

x	$F_1(x)$	$F_S(x)$
0	0.6	0.12
1	0.8	0.46
2	0.9	0.58
3	1	0.83

$\Pr(X_2 = 2)$ wynosi:

(A) 0

(B) 0.1

(C) 0.2

(D) 0.3

(E) 0.4

Zadanie 6. Zmienna X_1 ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej 1, a niezależna od niej zmienna X_2 ma rozkład jednostajny na przedziale $(0,1)$. $\Pr(X_1 + X_2 \leq 2)$ wynosi:

(A) e^{-1}

(B) $1-e^{-1}$

(C) $e^{-1}-e^{-2}$

(C) $1-e^{-1}+e^{-2}$

(E) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawidłowa

Zadanie 7. Rezerwa szkodowa na koniec roku 1994 wyniosła 100. Wartość szkód zaistniałych w roku 1995 wyniosła 300, a w ciągu tego roku narastała w sposób dobrze dający się aproksymować funkcją:

$$S(1994{,}1994+t)=250t+50t^2, \qquad t\in(0{,}1).$$

Nie ma inflacji. Odszkodowania wypłaca się z opóźnieniem, które ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej równej pół roku. Rezerwa szkodowa na koniec roku 1995 wynosi:

(A) $300-150e^{-2}$

(B) $250-100e^{-2}$

(C) $200-50e^{-2}$

(D) 150

(E) $100+50e^{-2}$

Zadanie 8. Łączna wartość odszkodowań z portfela ryzyk ma rozkład o funkcji generującej momenty postaci:

$$M_S(t) = \exp\left[\frac{4t(10-t)}{(5-t)^2}\right], \qquad t < 5.$$

W portfelu tym ilość roszczeń ma rozkład Poissona ze średnią 5. Pojawiające się roszczenie z prawdopodobieństwem p jest oddalone, a z prawdopodobieństwem $q = 1 - p$ odpowiadające mu odszkodowanie ma pewien rozkład ciągły na dodatniej półosi. Prawdopodobieństwo oddalenia roszczenia p wynosi:

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{3}{4}$

(E) $\frac{4}{5}$

Zadanie 9. Proces nadwyżki jest złożonym procesem Poissona, z zerową nadwyżką początkową, ze stosunkowym narzutem bezpieczeństwa $\Theta = 20\%$, oraz z rozkładem wartości szkody jednostajnym na przedziale $(0,10)$. Wartość oczekiwana deficytu w momencie ruiny (o ile do ruiny dojdzie) jest równa:

(A) 4

(B) 2.5

(C) $2\frac{2}{3}$

(D) 3

(E) $3\frac{1}{3}$

Zadanie 10. W momencie t_0 wiemy o pewnym ryzyku, iż generuje ono szkody zgodnie z procesem Poissona (λt), a o parametrze λ zakładamy a priori iż jest realizacją zmiennej losowej Λ o rozkładzie Gamma $(3,15)$. Uwzględniwszy informację, iż od momentu t_0 czekaliśmy na pierwszą szkodę do momentu $t_1 = t_0 + 4$, możemy wyliczyć wartość oczekiwaną (warunkową) zmiennej Λ. Wynosi ona:

(A) $\frac{3}{17}$

(B) $\frac{7}{38}$

(C) $\frac{4}{19}$

(D) $\frac{4}{21}$

(E) $\frac{4}{23}$

Egzamin dla Aktuariuszy z 16 listopada 1996 r.

Matematyka ubezpieczeń majątkowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : .... KLUCZ ODPOWIEDZI ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	B	
2	D	
3	A	
4	C	
5	A	
6	D	
7	D	
8	A	
9	E	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.